



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Orígenes de las Leyes de conservación como un principio unificador de las Ciencias Naturales. El caso de la invarianza de la energía en la física.

Christian Camilo Agudelo Restrepo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Medellín, Colombia

2015

Orígenes de las Leyes de conservación como un principio unificador de las Ciencias Naturales. El caso de la invarianza de la energía en la física.

Christian Camilo Agudelo Restrepo

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Alonso Sepúlveda Soto

Línea de Investigación:

Historia de las ciencias

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Medellín, Colombia

2015

A mi hija, familia y amigos:

Por permitirme tomar de su tiempo y transformarlo en el propio y aun así conservar los afectos.

Agradecimientos

- A mi hija Luciana Agudelo por ser causa de inspiración y de lucha constante en el alcance y desarrollo de esta idea.
- A toda mi familia por brindar los espacios necesarios para dedicar el tiempo y la concentración en el tratamiento de este trabajo.
- Al profesor Alonso Sepúlveda por sus sabias y pacientes orientaciones que condujeron a una mejor concepción del mundo físico.

Resumen

El presente trabajo parte de la necesidad de resolver algunas dificultades en torno a la comprensión histórica y epistemológica del surgimiento de las diferentes leyes de conservación y de su relación con los distintos fenómenos de la naturaleza. De igual manera pretende indagar por las fases evolutivas del pensamiento científico del hombre en cuanto al refinamiento de las teorías sobre el mundo físico y las cantidades invariantes en él.

Con el fin de obtener una mayor aproximación conceptual sobre el origen de estas leyes, se construye en esta investigación monográfica una recontextualización de los saberes, hechos y experiencias que permitieron a las ciencias naturales de hoy, analizar los fenómenos bajo la lente de las cantidades conservadas en el universo, en particular, desde la perspectiva de la conservación de la energía. Las leyes de conservación constituyen una herramienta unificadora en el análisis de diversos fenómenos.

Palabras clave: “*vis viva*”, momentum, fuerza, trabajo, energía, convertibilidad, indestructibilidad, conservación.

Abstract

This work comes from the need to resolve some difficulties surrounding the historical and epistemological understanding of the emergence of different conservation laws and their relation with various phenomenon of nature. Likewise, it pretends to inquire into the evolutionary phases of the human scientific thought, focused on the refinement of the theories about the physical world and the stationary magnitudes in it.

In order to generate a greater conceptual approach about the origin of these laws, it is constructed in this monograph research a re-contextualization of knowledge, facts and experiences that allowed the current natural sciences, analyze the phenomena under the lens of conserved quantities in the universe, particularly from the perspective of energy conservation. The conservation laws constitute a unifying tool in the analysis of different phenomena.

Keywords: “vis viva”, momentum, strength, work, energy, convertibility, indestructibility, conservation.

Contenido

	<u>Pág.</u>
Resumen	IX
Lista de figuras.....	XIII
Lista de símbolos y abreviaturas	XV
Introducción	1
Antecedentes y planteamiento del problema	2
Justificación del problema	5
Objetivos.....	7
Uso de la historia y la epistemología de las ciencias	8
Los procesos de formalización en física	11
1. Capítulo 1.....	13
1.1 Introducción a las leyes de conservación.....	13
1.2 Movimiento perpetuo, una ilusión imposible.....	14
1.2.1 Las primeras máquinas	17
1.2.2 El abandono sosegado de un ideal	22
1.3 Conservación del momentum lineal	24
1.3.1 René Descartes y la conservación de la fuerza motriz (mv).....	26
1.3.2 Christiaan Huygens y el carácter vectorial de mv	32
1.3.3 Leibniz y la conservación de la “vis viva” (mv^2)	35
1.3.4 Isaac Newton y la formalización de P	40
2. Capítulo 2.....	51
2.1 Antecedentes históricos en la consolidación del principio de conservación de la energía	51
2.2 Las máquinas de vapor.....	53
2.3 La teoría del calórico	56
2.4 Conservación de la masa	59
2.5 Lazare Nicolás Marguerite Carnot	63
2.6 Sadi Carnot y la potencia motriz del fuego.....	65
2.6.1 Elementos fundantes del pensamiento de Sadi Carnot	66
2.6.2 Un motor perfecto	66
2.6.3 El calor como generador de movimiento	68

2.6.4	Algunas dificultades del modelo de Carnot.....	71
2.7	Julius Robert Mayer y la conservación de la energía	72
2.7.1	El calor animal.....	72
2.7.2	Los conceptos de materia y fuerza en Mayer	73
2.7.3	Principio de Indestructibilidad.....	74
2.7.4	Principio de convertibilidad.....	75
2.7.5	La caída libre y el principio de convertibilidad e indestructibilidad	76
2.7.6	Formalización del fenómeno de caída libre	78
2.7.7	Movimiento como generador de calor	79
2.7.8	La experimentación en Mayer	80
2.7.9	El equivalente mecánico de Robert Mayer	83
2.8	James Prescott Joule y el equivalente mecánico	85
2.9	William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907)	89
2.10	Hermann Helmholtz y la consolidación del principio de conservación de la energía.....	90
2.11	El concepto de trabajo	91
2.12	Algunas generalidades de la conservación de la energía.	93
2.13	Formulación del teorema del trabajo y la energía	94
3.	Capítulo 3.....	110
3.1	Equivalencia entre masa y energía	110
3.2	Momento lineal relativista	115
4.	Capítulo 4.....	119
4.1	Simetrías y leyes de conservación.....	119
4.2	Teorema de Noether.....	123
5.	Conclusiones.....	127
A.	Anexo: Formulación lagrangiana de la conservación de la energía.....	130
	Bibliografía	141

Lista de figuras

	<u>Pág.</u>
FIGURA 1-1: MÁQUINA PERPETUA SEGÚN LEIBNIZ	16
FIGURA 1-2: MOTOR PERPETUO DE VILLARD D'HONNECOURT.	17
FIGURA 1-3: MÁQUINA PERPETUA MAGNÉTICA DE PEDRO DE MERICOUR.....	18
FIGURA 1-4: ESQUEMA DEL MOTOR DE BHASKARA.....	19
FIGURA 1-5: MOTOR HIDRÁULICO	20
FIGURA 1-6: MODELO DE PAPIN	21
FIGURA 1-7: DEMOSTRACIÓN DE SIMÓN STEVIN DE LA REGLA DE PARALELOGRAMO.....	23
FIGURA 1-8:	24
FIGURA 1-9: RENÉ DESCARTES (1596-1650)	26
FIGURA 1-10: CHOQUE FRONTAL ENTRE DOS CUERPOS DUROS A Y B	29
FIGURA 1-11: MOVIMIENTO PENDULAR	30
FIGURA 1-12: FUERZA DE REPOSO	31
FIGURA 1-13: CHRISTIAAN HUYGENS (1629-1695)	32
FIGURA 1-14: GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646-1716).....	35
FIGURA 1-15: CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD MV	36
FIGURA 1-16: CONSERVACIÓN DE LA FUERZA MOTRIZ (PH)	38
FIGURA 1-17: ISAAC NEWTON (1642-1727).....	40
FIGURA 1-18: COLISIÓN EN UNA DIMENSIÓN	44
FIGURA 1-19: COLISIÓN EN DOS DIMENSIONES.....	45
FIGURA 1-20 GEOMETRÍA ASOCIADA A LA DEFINICIÓN DEL MOMENTO ANGULAR.....	47
FIGURA 1-21: MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO ALREDEDOR DE UN PUNTO O	49
FIGURA 2-1: RUEDA HIDRÁULICA MEDIEVAL.....	51
FIGURA 2-2: EOLÍPILA DE HERÓN DE ALEJANDRÍA.....	53
FIGURA 2-3: BOLA DE FUEGO RECREADA POR GARCÍA TAPIA.....	54
FIGURA 2-4: JOSEPH BLACK (1728-1799)	57
FIGURA 2-5: ANTONIO LAURENT LAVOISIER (1743-1794)	60
FIGURA 2-6: LAZARE NICOLÁS MARGUERITE CARNOT (1753-1823).....	63
FIGURA 2-7: NICOLAS LÉONARD SADI CARNOT (1796-1832)	65
FIGURA 2-8: DIAGRAMA DE LA MÁQUINA DE CARNOT (SEGÚN CARNOT).....	69
FIGURA 2-9: REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL CICLO DE CARNOT PARA UN GAS IDEAL EN UN DIAGRAMA P-V. Q_A ES EL CALOR ABSORBIDO Y Q_B EL CALOR CEDIDO, LOS PUNTOS C_1 , C_2 , C_3 Y C_4 CORRESPONDEN A LOS SEÑALADOS EN EL DIAGRAMA DE LA DERECHA.	70
FIGURA 2-10.....	71
FIGURA 2-11: JULIUS ROBERT MAYER (1814-1878)	72

FIGURA 2-12: CAÍDA LIBRE	77
FIGURA 2-13: JAMES PRESCOTT JOULE (1818-1889)	85
FIGURA 2-14: EQUIVALENTE MECÁNICO DE JOULE	88
FIGURA 2-15: WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN) (1824-1907)	89
FIGURA 2-16: HERMANN HELMHOLTZ (1821-1894)	90
FIGURA 2-17: TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA CONSTANTE	94
FIGURA 2-18: COMPONENTES RECTANGULARES DE LA FUERZA	95
FIGURA 2-19: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA CONSTANTE	97
FIGURA 2-20: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA VARIABLE	98
FIGURA 2-21: TRAYECTORIA CERRADA	100
FIGURA 2-22: SISTEMA DE PESAS DE ROBERT HOOKE	102
FIGURA 2-23: MOVIMIENTO ROTACIONAL	104
FIGURA 2-24: SECTOR CIRCULAR POR DONDE SE DESPLAZA LA PARTÍCULA	104
FIGURA 2-25: MOVIMIENTO ROTACIONAL DEBIDO A N FUERZAS	106
FIGURA 3-1: ALBERT EINSTEIN (1879- 1955)	110
FIGURA 4-1: EMMY NOETHER	124
FIGURA 4-2: SIMETRÍA DE UNA ESFERA	125

Lista de símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
a	Aceleración	m/s^2
b	Brazo de torsion	M
c	Velocidad de la luz	m/s
c	Capacidad calorífica	$\text{J/Kg } ^\circ\text{C}$
E_c	Energía cinética	J
E_R	Energía cinética rotacional	J
E	Energía mecánica	J
F	Fuerza	N
F_R	Fuerza de restitución	N
G	Constante gravitacional	Nm^2/Kg^2
g	Aceleración gravitacional terrestre	m/s^2
h	Altura	M
I_0	Momento de inercia	Kgm^2
I	Impulso	Ns
K	Energía cinética	J
\vec{L}	Momento angular	$\text{Kg m}^2/\text{s}$

Símbolo	Término	Unidad SI
L	Lagrangiano	J
m	Masa	Kg
m_0	Masa en reposo	Kg
\vec{p}	Momento lineal	Kg m/s
Q	Calor	J
\vec{r}	Vector de posición	M
T	Temperatura	K
T	Energía cinética	J
t	Tiempo	S
U	Energía Potencial	J
\vec{v}	Velocidad	m/s
V	Potencial conservativo	
W	Trabajo	J

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
α	Aceleración angular	rad/s ²
γ	Factor de Lorentz	
θ	Posición angular	rad
τ	Momento de torsión	Nm
ω	Velocidad angular	rad/s

Abreviaturas

Abreviatura Término

<i>FC</i>	Fuerzas Conservativas
<i>FNC</i>	Fuerzas no Conservativas
<i>SI</i>	Sistema International de pesos y medidas

Introducción

El siguiente trabajo monográfico nace a partir de la necesidad de fortalecer la presentación y el tratamiento formal de las leyes de conservación de la cantidad de movimiento (lineal y angular), la energía y de la masa-energía en las prácticas educativas de los maestros y estudiantes de ciencias. Debido a la existencia de una serie de dificultades tanto conceptuales como procedimentales en cuanto a la comprensión de dichas leyes en diferentes contextos de las ciencias, se realiza una aproximación a estos conceptos bajo la historia y epistemología de las contribuciones originales de los autores mencionados en este trabajo.

La recontextualización aquí descrita muestra la evolución y consolidación del principio de conservación de la energía como uno de los logros más significativos y aportantes en el campo de la ciencia, partiendo de las producciones académicas y experimentales de diversos autores, recogiendo los consensos logrados en la teoría clásica y moderna sobre diferentes leyes de conservación como: la cantidad de movimiento lineal, angular, la conservación de la energía, de la masa-energía y su relación con las simetrías.

Este trabajo constituye una alternativa para ver la relación existente entre las ramas de la ciencia y sus objetos de estudio. Como punto de partida se hace una revisión inicial del problema del movimiento perpetuo como acontecimiento que posibilitó comprender a fondo las leyes de la naturaleza al establecer la imposibilidad de crear un movimiento continuo mediante la violación de dichas leyes. En segundo lugar se bosqueja una construcción sobre la idea de la conservación de la cantidad de movimiento y la energía en la mecánica, bajo el esquema de la “*vis viva*” de Descartes, Leibniz y Huygens, hasta la ciencia del calor en la termodinámica de Black y Carnot, conceptos que se fundamentarán como parte de las leyes de conservación.

Se contempla, además, la forma en que se evidenciaron los nexos entre cantidades mecánicas y energéticas, mediante los trabajos de Mayer y Joule sobre el equivalente mecánico del calor. Este equivalente fue la base formal de Helmholtz y otros para

establecer rigurosamente el principio de conservación de la energía como fenómeno que unificó las ciencias en general. De igual modo, se hace referencia al principio de conservación de la masa establecido por Lavoisier y a la equivalencia que se le demostró con la energía en la Teoría de la Relatividad Especial de Einstein, donde se unifican la conservación de la energía y de la masa bajo un mismo principio: *conservación de la masa-energía*.

Finalmente, se ilustran matemáticamente las leyes de conservación mediante el cálculo de Newton y la formulación lagrangiana de la conservación de la energía como argumentos formales de las aproximaciones conceptuales desarrolladas. Estas formulaciones fueron posibles por el descubrimiento experimental de la convertibilidad e indestructibilidad de los fenómenos.

Lo anterior tiene como método de investigación en profundización la monografía de compilación, en donde se examinan diversas fuentes existentes del tema de las leyes de conservación y se ponen en discusión los planteamientos de los autores de tal manera que se establecen conclusiones parciales sobre la importancia y relevancia de las cantidades invariantes de la naturaleza. Este estudio puede servir como orientación y divulgación histórica de la construcción del conocimiento científico con el fin de afianzar conceptos modernos bajo una mirada clásica de la ciencia.

El uso de la historia y la epistemología de las ciencias como una estrategia de edificación de saberes, posibilita asumir el conocimiento científico como una construcción social y contextualizada, que cambia de algún modo la forma de concebir y asumir la ciencia.

Antecedentes y planteamiento del problema

Dentro de los intereses en los que se enmarca la monografía, está identificar los diferentes problemas que presentan los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de energía, su conservación y su relación con los fenómenos naturales mediante los esquemas de la transformación, transferencia y degradación de la misma (Duit, 1981, 1984). Y con base en ello, se plantea como posible solución a dichos problemas, una construcción conceptual de los orígenes de las leyes de conservación.

Diferentes investigaciones realizadas sobre los problemas que tienen los estudiantes para comprender el concepto de energía y sus implicaciones actuales como lo es la no consideración de sistemas aislados en los análisis de la conservación de la energía y el no reconocimiento de los diferentes métodos de transferencia de ésta (Solbes & Tarín, 2008), trazan diferentes cuestionamientos sobre su enseñanza y aprendizaje; dentro de estos problemas se destacan: la confusión entre trabajo y esfuerzo (Driver y Warrington, 1985), identificar el trabajo y la energía (Duit, 1984; Driver y Warrington, 1985), asignar un cierto carácter material o sustancial a la energía (Duit, 1987 a; Salomón, 1983), asociarla al movimiento, la actividad (Salomón, 1983) o a los procesos (Duit, 1984; Viglietta, 1990), considerar que la energía puede gastarse (Kesidou y Duit, 1993) o almacenarse (Salomón, 1985), confundir las formas de energía con sus fuentes (Carr y Kirkwood, 1998; Salomón, 1995), atribuir la energía potencial al cuerpo y no a la interacción entre los cuerpos (Solbes y Matín, 1991), ignorar la variación de la energía interna (Van Huls y Van den Berg, 1993), asignar un carácter sustancial al calor (Albert, 1978; Erickson, 1979, 1980) o no considerar como una forma de energía (Von Roon, Van Sparng y Verdonk, 1994), confundir la cantidad de calor y la temperatura (Arnold, 1994) en (Solbes & Tarín, 1998), desconocimiento de la degradación de la energía e identificación de la transformación de energía mecánica en interna como un gasto de energía (Solbes J. , 2007), interpretación de la energía como materia, la no diferenciación entre el uso del concepto en ciencias y la cotidianidad (Pozo & Gómez, 1998), dada la utilización de expresiones tales como *“consumo de energía”* o *“crisis energética”*.

El análisis de las diferentes dificultades expuestas en las investigaciones anteriores alrededor de la enseñanza y el aprendizaje de la energía y, de aquellos conceptos relacionados con ella, resalta que en la enseñanza de las ciencias el esquema de

conservación de la energía se muestra como un principio sólo de la mecánica y de la termodinámica, y no como un principio de las Ciencias Naturales, en particular de toda la física. En este sentido (Pozo & Gómez, 1998) por su parte resalta que la percepción inadecuada sobre la conservación de la energía y los demás sucesos fenomenológicos que presenta, es debido a que la energía es un concepto de gran abstracción, que caracteriza una propiedad no perceptible de la materia que, como consecuencia de la interacción de dos sistemas, *“cambia en cada uno de ellos individualmente, aunque, de forma global conserva su cantidad pero no su calidad”*. De ahí que adquirir un entendimiento completo de la energía no resulte fácil e intuitivo. Unas de las dificultades más importantes que tienen los estudiantes de la educación media en el proceso de formación científica, son las restricciones que implican el cambio del pensamiento cotidiano al pensamiento científico, donde sobresale la sinonimia entre los conceptos anteriormente mencionados. Como afirma (Pozo M & Gómez C, 2000) *“Las dificultades de aprendizaje que encuentra el estudiante, están determinadas por la forma en que organiza su conocimiento a partir de sus propias teorías implícitas”*.

Otro problema de gran importancia respecto a la conservación, es la no distinción entre principio y teorema; mostrando en ciertas ocasiones el principio de conservación como un teorema que es consecuencia de las leyes de la dinámica de Newton, lo que genera diferentes confusiones de orden conceptual (Solbes, J. & Tarín, F, 1998). Pero como afirma (Arons, 1989): *“... la ley de la conservación de la energía no es, por supuesto, derivable de las leyes de la dinámica del movimiento; es una afirmación independiente sobre el orden en la naturaleza. (...) La manera como se introduce frecuentemente el concepto de energía en los textos de física elemental no aclara suficientemente este hecho a los estudiantes, y la introducción habitual de dicho concepto (...) deja a muchos de ellos con la impresión de que la conservación de la energía ha sido derivada de la segunda ley”*.

En este sentido, se hace necesario plantear una revisión histórica y epistemológica del surgimiento de las leyes de conservación, tomando como caso particular la conservación de la energía (como elemento unificador), bajo los esquemas de transformación, degradación y transferencia. De modo que quienes sientan interés por deconstruir las percepciones de los temas aquí desarrollados, logren construir un conocimiento donde vinculen la abstracción de los conceptos con la realidad que modelan. En virtud de lo anterior se formula el siguiente interrogante:

¿Cómo plantear en una recontextualización histórica y epistemológica, las leyes de conservación como un principio que unifica las Ciencias Naturales?

Justificación del problema

La investigación se enmarca en la necesidad de realizar una recontextualización de carácter histórico sobre el surgimiento de las leyes de conservación en las ciencias, porque se espera que esta ruta, constituya una alternativa de solución a los problemas conceptuales ya descritos. Se asume la recontextualización como un proceso didáctico que posibilita la transformación de los objetos del conocimiento científico (en sus concepciones originales y cambiantes) en objetos con sentido para la enseñanza y el aprendizaje del contexto actual de conocimiento. Con la recontextualización histórica se pretende la reelaboración de los saberes, conceptos y contextos que circulan sobre el significado de energía, momento lineal y angular en las ciencias naturales, particularmente se pretende mostrar a la conservación de la energía como un hecho que transversaliza a toda la física y a otras ramas de la ciencia. Es entonces como a través de la recontextualización en su función mediadora se procura presentar el conocimiento de las leyes de conservación en contextos diferentes a los originales con fines educativos en el campo actual de la enseñanza de las ciencias (Álvarez Cadavid, 2005).

Con base en el análisis discursivo y formal de planteamientos teóricos y prácticos de los autores que aquí se abordan, se manifiestan las condiciones históricas iniciales que fundaron cada una de las leyes de conservación, al igual que su evolución conceptual en distintos contextos de las ciencias. En este contexto no se considera la historia como un depósito de anécdotas y cronologías, por el contrario, creemos que la referencia a esta aportaría una transformación decisiva en la imagen actual que tienen los estudiantes sobre la ciencia; por tal razón el análisis tiene un corte epistemológico (Kuhn, 1975).

La historia de las ciencias en general contribuye a mostrar a la física como una disciplina históricamente constituida que obedece a circunstancias particulares de ciertos contextos, exponiendo el saber científico como un saber posible y dinámico. Particularmente, el proceso de construcción de conocimiento sobre las cantidades constantes en la naturaleza, revela el arduo y difícil trabajo de constitución y generalización de estos conceptos hasta alcanzar el rango de *principios* naturales.

El derrotero propuesto para tener una lectura general y seria sobre leyes de conservación es transversalizado por la noción de la conservación de la “*vis viva*” o energía, cuyo aspecto a revelar es su transversalización de los fenómenos, de forma que se logre asumir como un concepto unificador de las ciencias, en particular de la física. El conocimiento actual de

los estudiantes sobre lo que es la energía está acorde con los planteamientos que la ciencia hace de ella (Pozo M & Gómez C, 2000), para llevar a una buena comprensión de la misma y sin caer en confusiones o errores conceptuales; el análisis histórico epistemológico, resalta las condiciones de base como: magnitudes, conceptos y procedimientos que son fundamentales para la comprensión e interpretación de la energía en términos de su conservación. En este punto, diferentes autores plantean que la concepción actual de la energía surgió a partir del establecimiento general de su conservación como un principio de la ciencia (J. L.L. Doménech, 2003)

La investigación monográfica insta una ruta que sirve como aprendizaje de la historia de las ciencias, de los conceptos relacionados con la conservación de la energía y su permanencia en diversos campos de la física, en donde la significación de estas concepciones es diferente de la que se entiende popularmente, lo que se sustenta como *“Una aproximación significativa y funcional al tema de la energía trata de resolver los posibles conflictos cognitivos que pueden surgir en los estudiantes como consecuencia de la utilización en el lenguaje cotidiano de términos como energía, calor, trabajo... con significados menos precisos que el científico y/o que difieren de él en ciertos aspectos”* (Mendoza Rodríguez & Abelenda Lameiro, 2010).

Con los diferentes referentes seleccionados para esta investigación se pretende desarrollar el cómo de la recontextualización de las leyes de conservación, con miras a crear un entorno que permita la transferencia conceptual de estas leyes, tomando como base elementos históricos y epistemológicos, además de emplear diferentes procesos de formalización como el cálculo diferencial y la mecánica analítica de Lagrange, en donde es esencialmente la conservación de la energía el elemento a visualizar como integrador de las ciencias.

Objetivos

General

- Construir en una recontextualización conceptual de corte histórico-epistemológico, los orígenes de las leyes de conservación y mostrar que estas se pueden asumir como un principio unificador de las ciencias, partiendo del caso particular de la invarianza de la energía en diversos procesos físicos.

Específicos

- Identificar los orígenes, los conceptos y las teorías sobre la conservación del momento lineal, el calor, la energía y la masa-energía.
- Analizar la perspectiva de algunos clásicos como Robert Mayer, Joule, Carnot, Lavoisier, Einstein y otros sobre el modo particular de abordar teórica y experimentalmente el concepto energía y en particular su conservación.
- Identificar en los diferentes contextos del conocimiento, los aspectos más relevantes para los clásicos, que permitan establecer la energía como una cantidad conservativa en diferentes procesos físicos cuyos alcances permean otras ramas de las ciencias.
- Desarrollar un proceso de formalización matemática de la ley de conservación de la energía desde el cálculo de Newton y la formulación lagrangiana.
- Establecer las relaciones causales entre las leyes de conservación y las simetrías físicas, tomando como referente el teorema de Emmy Noether y sus implicaciones en el campo de las teorías de unificación.

Uso de la historia y la epistemología de las ciencias

La conceptualización en ciencias es un proceso dotado de elaboraciones formales y rigurosas, en las que los diferentes científicos e investigadores se han esforzado por crear una red de conocimientos en vía de construcción colectiva y formativa, como producto de consensos sometidos a fuertes críticas y evaluaciones. En estos procesos de formalización en ciencias, el concepto de energía es abstracto y complejo de entender y comprender, más notorio es en cuanto al tratamiento de su conservación en la comprensión y solución de problemas. Son diversos los aspectos que se han llegado a conocer sobre la energía, dada la diversidad de formas que adopta en el Universo, la posibilidad de transferencia de un sistema a otro, la conservación cuantitativa de su cantidad presente en un sistema pero no la de su calidad (degradación) entre otros aspectos. Existen algunas definiciones sobre la energía que dan más cuenta de cómo medirla que del concepto en sí; una forma en la que se suele definir es en términos del trabajo realizado por una fuerza.

Con el fin de construir la recontextualización de saberes, conceptos y contextos relacionados con las leyes de conservación, específicamente de la invarianza de la energía como ente integrador de los procesos que estudia la física, se hace necesaria la revisión histórico-epistemológica de este concepto en el cual están inmersos la masa y el calor tanto en fenómenos físicos como químicos. La idea de las distintas leyes de conservación ha evolucionado en diferentes momentos de crecimiento teórico en la física (a modo de ejemplo, lo que hoy se conoce como principio de conservación de la energía) tuvo sus primeras elaboraciones en el campo de la mecánica bajo el esquema de la “*vis viva*”, aspecto que también contribuyó al desarrollo de la cantidad de movimiento lineal y angular, bajo la perspectiva de Descartes, Huygens y Leibniz. Una segunda producción se encuentra en el campo de la termodinámica, para finalmente constituirse como principio universal y unificador mediante las elaboraciones de Robert Von Mayer, Joule y Helmholtz (Solbes & Tarín, Algunas dificultades en torno a la conservación de la energía, 1998).

La revisión histórica de los conceptos científicos, particularmente de la energía y su conservación, posibilita ver los diferentes modos de significar la física, atendiendo a los diferentes casos específicos de producción, según cada uno de los contextos de creación (Aguilar M, 2006). Con lo anterior se pretende mostrar las limitaciones que surgen alrededor de la formulación y formalización conceptual de las leyes de conservación, al igual, las diferentes experiencias realizadas como procesos de observación y medición de

las magnitudes conservadas. Acorde con lo ya expuesto, el uso de la historia en la recontextualización muestra algunas respuestas a los diferentes problemas que se presentan en el marco de la enseñanza y el aprendizaje de las cantidades constantes; así lo argumenta Matthews, M. R. (1994) : *“La historia, la filosofía y la sociología de las ciencias (...) pueden humanizar las ciencias y acercarlas más a los intereses personales, éticos, culturales y políticos; pueden hacer las clases más estimulantes y reflexivas, incrementando así las capacidades del pensamiento crítico; pueden contribuir a una comprensión mayor de los contenidos científicos (...)”*.

Este enfoque permite tener una visión holística de lo que en principio es la energía, hecho que se logra reconociendo dos aspectos relevantes como el contexto de descubrimiento y el contexto de justificación; el primero se refiere a los factores que condujeron a la formulación de la energía y, el segundo, tiene que ver con la incorporación del nuevo conocimiento en las estructuras conceptuales existentes (Campanario, 1998). De esta manera, la historia y la epistemología crean un método para resignificar y contextualizar la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias; en ésta medida se plantea la historia como una construcción del hombre a partir de sus propias interpretaciones, lo que posibilita que los profesores de ciencias se vinculen a procesos de *“recontextualización de saberes”* exigiendo a los docentes la producción de criterios de selección de un campo problemático acerca de los fenómenos que permitan aproximar significativamente al estudiante a la noción de energía y, que tengan en cuenta los aportes que al respecto han hecho otros autores para tal fin; proceso en el cual, el papel de la historia y epistemología de las ciencias es determinante (Ayala, 2000, citado en Aguilar, 2006).

Los actuales currículos de ciencias presentan diferentes críticas estructurales respecto a la enseñanza de las ciencias; en este sentido Kuhn en 1975 ya había propuesto algunas rutas alternativas para acercar los estudiantes al conocimiento: *“En la educación de las ciencias, no hay antologías de textos seleccionados en las ciencias naturales. Tampoco se anima a los estudiantes de ciencias para que lean los clásicos históricos propios de sus campos; trabajos en los cuales podrían descubrir otras maneras de considerar los problemas que aparecen en los libros de texto, normas de solución que, dentro del campo de sus respectivas profesiones, han sido descartados y sustituidos por otros”*. En relación con lo anterior, se desarrolla la presente investigación monográfica la de las leyes de conservación como aproximación conceptual, partiendo de algunos referentes históricos y

epistemológicos de los conceptos, contribuyendo con la divulgación de las ciencias de manera que el lector pueda cambiar su perspectiva del conocimiento científico al recontextualizar los saberes de la ciencia.

Los procesos de formalización en física

La formalización de situaciones fenomenológicas en las ciencias experimentales, particularmente en la física y más aún el de la energía y su conservación, implica pensar y diseñar unas condiciones iniciales sobre su conceptualización que permitan comprender el fenómeno en toda su complejidad, de modo que sea acorde con las observaciones y relaciones cuantitativas entre las variables que determinen la energía como cantidad conservativa, punto donde la recontextualización y el análisis histórico-epistemológico juegan un papel decisivo en este trabajo, ya que desde este marco se tratará de mostrar distintas formas de formalizar las manifestaciones de la energía y sus equivalentes.

Las variables como la velocidad, la posición, la masa y otras que se relacionan con la energía, se establecen en diferentes clases de representaciones que dan cuenta de las diversas manifestaciones de la energía y su conservación en los sistemas físicos aislados. Las condiciones en las que se presenta la energía y otras cantidades conservativas están mediadas por procesos tanto de orden cualitativo como cuantitativo (matemáticos)¹ que modelan y explican el comportamiento y la esencia del fenómeno físico, estos procesos se analizarán en los desarrollos teóricos de los clásicos.

Las distintas formas de aproximación a la noción de energía y sus manifestaciones, se logra mediante diversos modelos, bien sea mentales, gráficos o, más aún, matemáticos. Modelización que es construida a partir de la observación que hace el hombre de la naturaleza y del establecimiento de relaciones entre la experiencia y la teoría que construye, con base en cuestionamientos, observaciones y proyectos experimentales. Es decir, el hombre reconoce que existe una limitación al tratar de comprender la naturaleza en su totalidad y que no es posible acceder a ella tal y como es, sino que se logra a través de representaciones que corresponden al modo particular de concebir y abordar el mundo físico. No obstante, para que estas representaciones tengan sentido y validez, tiene que haber una coherencia lógica entre lo que el sujeto plantea y el fenómeno manifiesto (Ayala, y otros, 2008).

Cualquier cambio o transformación de los objetos o elementos físicos constituyentes del mundo material que son perceptibles por los sentidos según la experiencia de quien

¹ Al aludir a procesos matemáticos, no se está haciendo alusión a cantidades expresadas en términos numéricos, sino a una estructura que permite crear magnitudes físicas que posibilitan la comprensión de un fenómeno físico.

observa, se entenderán como “*fenómenos naturales*” no incluyendo con ello a aquellas intermediaciones que obedecen a las acciones humanas. La experiencia del investigador y experimentador juega un papel fundamental en el sentido de que permite recrear las realidades del mundo, no tal cual como se percibe sino mediado por las diferentes experiencias que contribuyen con la comprensión de los fenómenos y cuyo entendimiento global es consensuado y construido. Con esta afirmación, el análisis hecho a los aportes que realizaron Lavoisier, Carnot, Mayer, Joule, Helmholtz, Einstein y otros para construir una explicación del fenómeno de la conservación de la energía y las leyes de conservación en general, se enmarca dentro de un enfoque histórico-epistemológico; esta perspectiva permite comprender el modo en que los clásicos cimientan su estructura lógica de pensamiento y organizan los fenómenos físicos relacionados con las leyes de conservación. Además, permite comprender cómo el proceso de formalización está determinado por su modo particular de relacionar lo cualitativo con lo cuantitativo de un fenómeno.

El siguiente análisis, sobre la génesis de los conceptos que fundamentan las leyes de conservación como principios unificadores de las ciencias naturales según los autores mencionados e incluyendo otros grandes protagonistas influyentes en la creación de la ciencia, constituye el proceso de recontextualización de los saberes allí involucrados, una resignificación del saber en el contexto de la escuela o la universidad, de modo tal que se presentan, de manera más familiar y novedosa frente al establecimiento de significaciones y relaciones entre los conceptos relacionados con la energía. Se trata, también, de interpretar, e identificar a través del pensamiento y la experiencia de los autores originales, las ideas embrionarias y formales sobre las leyes de conservación.

1. Capítulo 1

1.1 Introducción a las leyes de conservación

Dentro de los fenómenos naturales es curioso encontrar ciertas características que bajo condiciones de variación, permanecen constantes en la interacción de los cuerpos pertenecientes a un sistema, lo que ha permitido realizar un estudio de la realidad de manera más precisa, convirtiéndose en lo que conocemos como *leyes de conservación*, una herramienta que unifica ciertos aspectos de los fenómenos y en consecuencia a las ciencias naturales. Unifica en el sentido que ha permitido establecer una relación coherente y consistente en las diferentes ramas de las ciencias cuyo estudio se hacía por separado como el caso de la mecánica y la termodinámica por ejemplo.

La física contemporánea no considera las leyes de conservación de la naturaleza sólo como teoremas que pueden derivarse de teorías, tampoco las vislumbra como resultados experimentales; sino que las concibe dentro de una estructura más compleja, el lenguaje matemático de la ciencia, cuyo alcance de acercamiento a los fenómenos va más allá de las imágenes espaciales; constituye el principal proceso de formalización científica. En este punto la formulación lagrangiana y hamiltoniana de las leyes de conservación obedece a dicha superestructura, estas leyes están explícitas en el teorema de Emmy Noether de 1918 bajo la relación con las simetrías físicas: *“a cada simetría de una ley física hay asociada una ley de conservación”*. Las cantidades que se conservan en la naturaleza son: el momento lineal, el momento angular, la energía (que incluye la masa), la carga eléctrica, la hipercarga, el número bariónico y el número leptónico entre otras.

En física, existen parejas que contemplan la variable de simetría y la cantidad conservada, como son distancia y momento lineal, ángulo y momento angular, tiempo y energía. En este caso *“...la asociación simetrías-leyes de conservación significa que si un sistema permanece el mismo bajo traslación espacial el momento lineal en esa dirección se conserva; si el sistema físico permanece el mismo bajo rotación por un ángulo arbitrario el momento angular se conserva; si las leyes que describen un sistema físico son las mismas*

ayer, hoy y mañana, es decir, son independientes del momento en que se realice una medida en el sistema, entonces la energía se conserva (...)” (Sepúlveda A. , *Perpetuum mobile*, 2013). Estas simetrías bajo las cantidades conservativas unifican el conocimiento del mundo natural.

El surgimiento de estas leyes comprende un camino lento y lleno de obstáculos tanto conceptuales como formales y experimentales. Para fijar un punto de partida, se analiza los distintos intentos por construir las llamadas *máquinas de movimiento perpetuo*, las cuales son de interés porque su consecución tuvo un largo periodo sin logro alguno, debido a la no comprensión de las leyes naturales que estas máquinas violaban continuamente, en particular las leyes de la termodinámica, gracias a estos intentos se realizaron investigaciones que conllevaron a la formulación de algunas de las leyes de conservación.

1.2 Movimiento perpetuo, una ilusión imposible

Una forma particular de expresar el principio de conservación de la energía es: no es posible crear una máquina de movimiento perpetuo, lo que equivale a indicar que es imposible construir una máquina con un rendimiento de más del 100%, es decir, una en la cual la energía que cede supera a la que se le ha transferido. Esta particular forma de definirla, llama la atención sobre ciertas máquinas que tienen como propósito generar un movimiento aprovechable indefinidamente, llamadas *máquinas de movimiento perpetuo o continuo*². La idea de una máquina que no necesitara ningún tipo de fuerza inicial para mantener fijo alguna clase de movimiento, nació en India en el siglo XII, pero un siglo después fue en Europa donde tuvo mayor auge; inicialmente se quería una máquina que sirviese de motor universal, como reflejo del movimiento eterno de los cielos.

Se analizan a continuación algunos proyectos de movimiento perpetuo, y la imposibilidad de su creación, lo que dio lugar a pensar las diferentes leyes naturales que se anteponen al funcionamiento de estas máquinas, leyes relacionadas con proyectos mecánicos, energéticos y la termodinámicos. No se realiza un trabajo extenso y vasto sobre el tema, ya que solo se pretende mostrar algunos ejemplos, a modo de ilustración en cuanto al surgimiento de las leyes de conservación en ciencias y su modo de abordar los fenómenos

² En latín *perpetuum mobile*: Su significado fue cambiante, desde “sin fin”, “ininterrumpido” hasta “acción constante”.

naturales de manera integral. Se indaga en la comprensión contextualizada sobre los motivos que impulsaban a los inventores en insistir en la invención de máquinas perpetuas y las causas teóricas que esta práctica trajo para la ciencia contemporánea.

Un motor de movimiento continuo se puede entender como un mecanismo de corte ideal, el cual, además de moverse a sí mismo ininterrumpidamente, puede efectuar algún trabajo útil tal como el levantamiento de un peso; esta máquina se categoriza como de *primera especie* (aquellas que violan el primer principio de la termodinámica, la conservación de la energía). Una máquina de *segunda especie*, es entendida como movimiento ininterrumpido, que ni realiza trabajo ni consume energía (son las que cumpliendo la conservación de la energía, no cumplen con el segundo principio de la termodinámica, utilizan el calor como fuente térmica, buscando utilizar ilimitadamente la energía calórica) (Perelman , 1990). La hipotética máquina tiene la capacidad de funcionar perpetuamente, solo requiere de un impulso inicial, y no requiere energía externa adicional. La clasificación hecha anteriormente es posible hoy, debido a que las razones por la cuales no es posible el funcionamiento de una máquina continua se encuentran en las leyes de la termodinámica.

Fue en la Edad Media, donde tuvo mayor auge la búsqueda del movimiento perpetuo, pasando por diferentes culturas e intereses particulares; los hindúes por ejemplo, consideraban el universo como un movimiento perpetuo en donde existe un interminable flujo espontáneo de energía, mientras que la Europa occidental, fijó su atención en obtener mayor utilidad de este movimiento para algún efecto práctico, y no en un sentido espiritual como los hindúes e islámicos. (Sierra C, 2012, pág. 39). En este sentido, la búsqueda está orientada a realizar más trabajo con menos o con nada, es decir sin fuentes externas productoras de movimiento. Por esto ha sido un tema de interés para las ciencias y la tecnología, independientemente de la imposibilidad de su creación, la exploración del movimiento perpetuo proporcionó ideas para el conocimiento actual de las leyes naturales. La idea del flujo espontáneo e interminable de la energía da cuenta de ella como una característica que siempre está, y que adopta formas múltiples en la naturaleza, visualizando que la energía era considerada en cierta forma como algo transversal a los fenómenos lo que faltaba era demostrar su conservación y la equivalencia entre las formas.

El ideal del movimiento continuo, comenzó a ser clasificado y categorizado, de modo que al ser un objeto de estudio no escapó de los procesos de razonamiento y experimentación rigurosa de los científicos más destacables. Una definición alterna de movimiento perpetuo

fue presentada por Leibniz en *Ensayo de Dinámica*: “el movimiento mecánico perpetuo, es un movimiento donde los cuerpos se encuentran en un estado violento, y tendiendo a salir de él, no lo logran, y el todo se encuentra al término de algún tiempo en un estado no solamente tan violento como aquel en donde se encontraba al comienzo, pero aún más allá, pues además de que el primer estado sea restituido, es preciso que la máquina pueda producir aún algún efecto o hacer algún servicio mecánico, sin que en todo esto contribuya a ello alguna causa de fuera” (Vélez U, 2002). Las ideas de Leibniz sobre la constancia del movimiento en una máquina le posibilitaron refutar la noción de cantidad de movimiento de Descartes.

Los planteamientos de Descartes sobre la cantidad de movimiento conllevan según Leibniz a un error conceptual, en el sentido de que las ideas cartesianas se enmarcan bajo la noción de una máquina de movimiento perpetuo, la cual tiene sentido de la siguiente manera: una esfera de 4 lb, suspendida en A (Figura 1-1) de una cuerda se encuentra inicialmente a 1 pie de altura sobre el suelo, se suelta la esfera y esta adquiere 1 grado de velocidad cuando llega a la posición de equilibrio B; en ese instante golpea otra esfera de 1 lb, en reposo, comunicándole 4 grados de velocidad (comunica todo su movimiento según Descartes). Según Galileo esta esfera sube hasta una altura de 16 pies, quedando sobre el extremo de una palanca inclinada CD con apoyo E, cuyo brazo más largo es un poco más de 4 veces el brazo menor. Entonces la esfera pequeña en C hace subir al cuerpo de 4 lb a una altura algo menor que 4 pies, el cual vuelve a caer no desde 1 pie sino desde una altura de 4 pies aproximadamente hasta alcanzar A la posición inicial de 1 pie y se repite el ciclo indefinidamente. Sobre este punto se indagará en la sección 1.3, donde la idea de movimiento perpetuo se hace más amplia y se ilustra porque dicha máquina no se puede realizar.

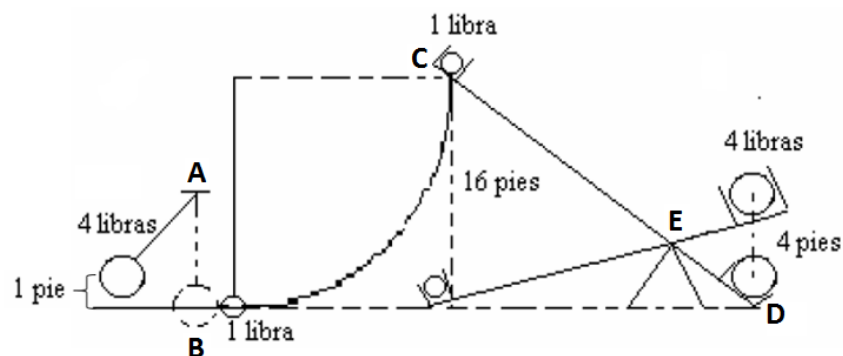


Figura 1-1: Máquina perpetua según Leibniz

1.2.1 Las primeras máquinas

Los primeros proyectos elaborados de máquinas de movimiento mecánico continuo datan del siglo XIII y fueron diseñados por el francés *Villard de Honnecourt*; según él, para hacer girar un rueda por sí misma, es necesario disponer de un cierto número impar de martillitos (o ampolletas de mercurio), los cuales se ubican 4 a la derecha y 3 a la izquierda igualmente espaciadas (ver Figura 1-2); como es claro, el primer lado es más pesado, produciendo un movimiento rotatorio constante contrario a las manecillas del reloj, dado que al moverse el primer martillo el siguiente girará en el mismo sentido pasando al lado izquierdo, con lo que asegura de nuevo su superioridad en el peso.

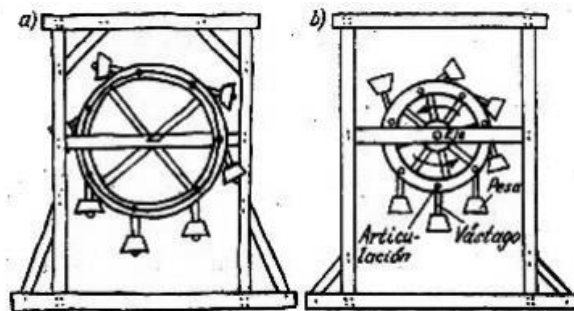


Figura 1-2: Motor perpetuo de Villard D'Honnecourt.
A la derecha (a) dibujo original y a la izquierda (b) un modelo

El sistema anterior, se reduce a un conjunto de palancas con mayor peso a un lado, pero mayor brazo al otro. Dicha estructura tenía como fin obtener energía gratis usando la ley de la palanca, hecho que contradice uno de los primeros enunciados de las leyes de conservación; nada surge de la nada (Sepúlveda A. , *Perpetuum mobile*, 2013, págs. 61-68).

A este tipo de máquinas de cuerpo sólido según (Brodianski, 1989), se le suman los trabajos del ingeniero italiano Mariano di Yacopo de Cione de 1438, del inglés Eduardo Sommerset de 1620, y otros bien mencionados del siglo XVII, como el de Alejandro Capra de Cremona de Italia. Una nueva generación de máquinas, análogas a las anteriores, se conoce como máquinas de cuerpo líquido, que solo se diferencian en que en vez de utilizar pesas empleaban líquidos móviles de modo que al girar en una rueda, desplazaran el centro de gravedad. Pero todas estas máquinas, que empleaban la fuerza gravitacional, estaban destinadas al fracaso, violaban las leyes de la palanca, empleadas por Leonardo da Vinci en la demostración de la imposibilidad de estas máquinas; estas leyes se pueden enunciar así: “*Dos cargas conmensurables se encuentran en equilibrio, si ellas son inversamente*

proporcionales a los brazos, sobre los cuales ellas están suspendidas” o de otra manera: “Los productos del peso de cada carga por la longitud del brazo de la palanca, sobre el cual ella está suspendida, deben ser iguales”.

Un segundo caso trae, como ejemplo de los alcances de estos ideales, el diseño de una máquina perpetua de tipo magnético, como lo es el de Pedro Pilgrim de Mericour de 1269 (ver Figura 1-3); aquí la fuerza magnética toma valor adicional como motor de una máquina. Bajo la idea de que las fuerzas ocultas que obligan a un imán a atraer el hierro, son equivalentes a las que obligan a los cuerpos celestes a moverse por órbitas circulares alrededor de la Tierra (fuerza gravitacional) y, al dársele la posibilidad a un imán de moverse circularmente sin interrupciones, entonces ocurrirá lo mismo que un planeta orbitando su estrella.

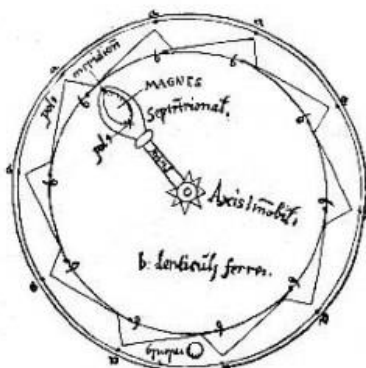


Figura 1-3: Máquina perpetua magnética de Pedro de Mericour

El motor teórico consta de dos partes, una móvil y otra fija; la primera parte es un vástago, en un extremo exterior está fijado el imán, mientras que en el extremo interior va encajado en el eje central fijo. El vástago puede moverse por la circunferencia análogamente a las manecillas del reloj, en donde la parte fija está representando dos anillos, uno exterior y otro interior, entre los cuales se encuentra el material magnético con la superficie interior en forma de dientes oblicuos. En el imán fijo, colocado en el vástago, está escrito “polo norte” (*pol. septentrionalis*), en el anillo magnético, “polo sur” (*pol. meridíanus*) (Brodianski, 1989, Sierra, 2012). Desde estas primeras ideas, la fuerza magnética tuvo relevancia en la construcción de diferentes artefactos, hasta llegar al motor eléctrico.

Otros móviles de esta naturaleza fueron propuestos por Juan Tesnerius a finales de los años cincuenta del siglo XVI; en sus palabras *“en ninguno de los casos el movimiento*

perpetuo puede ser alcanzado por ninguno de los métodos, a excepción del empleo de la piedra magnética". En esta misma línea, está el jesuita Atanasio Kircher (1602-1680), Jakobus, Spens y otros. Para ampliar este tema ver el texto de Brodianski de 1989. En cualquier caso de los ejemplos expuestos es la energía el elemento que se pretende transformar indefinidamente a partir de una fuente inagotable, presente en cualquier estado de la materia y común a diversos fenómenos.

En 1150, particularmente en la India, aparece en escena un motor mecánico líquido, propuesto por Bhaskara; su construcción consiste en lo siguiente: la circunferencia de una rueda cuyos radios están fijos y a modo de tubos cerrados (ver Figura 1-4), contienen un líquido pesado como el mercurio que se distribuye a diferentes niveles, generando una diferencia de pesos, en la parte derecha e izquierda de la rueda; produciendo de esta manera un movimiento indefinido. En palabras de Brodianski *"...la rueda llena de tal manera, al encajarla: sobre un eje que descansa sobre dos apoyos inmóviles, gira ininterrumpidamente por sí misma."*

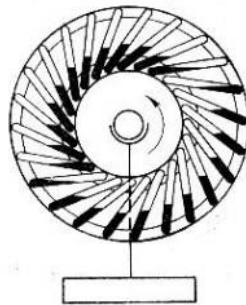


Figura 1-4: Esquema del motor de Bhaskara

Observando el modelo, puede notarse que el mercurio en la parte de la derecha está más alejado del centro que la parte izquierda del mismo. Esta distribución permite crear mayor brazo a un lado que el otro, produciendo un movimiento en dirección de las manecillas del reloj. Según lo explica Sepúlveda (2013) en *Perpetuum Mobile: Sin embargo, la cantidad total de mercurio es mayor a la izquierda aunque está más cerca al centro, por lo que el desbalance se pierde: mayor brazo a la derecha pero mayor peso a la izquierda, por lo que la ley de la palanca no se viola y la rueda no gira continuamente como se esperaba*.

También se dieron algunas producciones relacionadas con motores hidráulicos; el siguiente motor, es una mejora de modelos hidráulicos ya propuestos, y tiene como propósito hacer girar una piedra de afilar. Tal mecanismo fue formulado por el italiano Jacobo de Strada (el año es ambiguo, en Brodianski 1575 y según otras fuentes en 1629).

El mecanismo descrito en (Brodianski, 1989) consiste en lo siguiente (ver Figura 1-5):

“Del depósito de agua inferior S la bomba helicoidal O con un piñón que se pone en movimiento con ayuda de la rueda dentada R, trasiega el agua a la bandeja superior. De aquí el agua se vierte a la rueda C, la cual, por intermedio del árbol D, pone en movimiento la piedra de afilar. Por intermedio de un sistema complejo de transmisiones (tornillo sin fin y las ruedas dentadas E, G, L y R) la rueda C pone también en movimiento la bomba O. Para la uniformidad del movimiento en el árbol vertical se ha establecido el volante K. El autor está tan convencido de que al flujo A el agua se suministra con exceso y que bastará para todas las necesidades, que por el tubo P vierte parte de la misma para humectar la piedra de afilar, a la cual trabaja el afilador”.

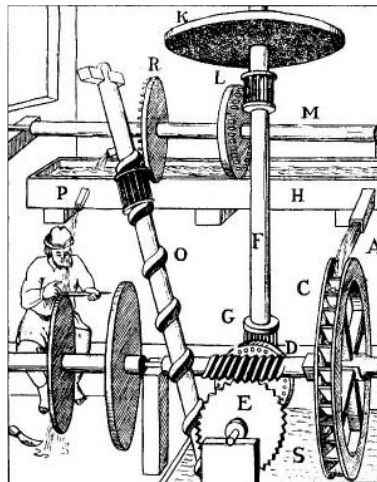


Figura 1-5: Motor hidráulico

Este es un buen ejemplo de máquina de autoservicio; utilizando la gravedad como fuente motora, mediante la caída de agua, se produce una transformación, que para efectos de la recontextualización de saberes, hoy se conocen como: la conversión de energía potencial en cinética y rotacional. La característica de este tipo de máquina hidráulica radicaba en aprovechar la caída del agua (tornillo de Arquímedes era un ejemplo ya conocido) o el movimiento de los ríos en cualquier parte y, con ello ejercer algún tipo de beneficio práctico. Una vez más, adquirir energía gratis para el trabajo del hombre. Al asumir la energía como un todo, en este punto es visible el reconocimiento de sus diversas fuentes naturales y que como ente unificador, se logra a través de su transformación y constancia.

Otra interesante construcción de móvil perpetuo, fue realizada por el ingenio del francés Denis Papin (1647-1714); su trabajo fue presentado ante la Real Academia de Londres en 1685, y su idea de movimiento perpetuo consiste en un tubo de Zonca puesto “patas arriba” (ver Figura 1-6). En teoría, en la parte más ancha del vaso el peso del agua es mayor, por lo que su fuerza deberá sobrepasar la fuerza del peso de la columna estrecha de agua en el tubo delgado C. Así, el agua se verterá continuamente del extremo del tubo delgado al vaso ancho. Para que el móvil genere algún beneficio es necesario colocar debajo del chorro una rueda hidráulica. (Brodianski, 1989; Sierra, 2012; Sepúlveda 2013).

El uso actual de la leyes físicas permite dar cuenta que la imposibilidad de este circuito es debido a que la superficie del líquido en el tubo estrecho queda a un mismo nivel que en el grueso, (al igual que en un vaso comunicante), y por lo tanto es la presión la que mantiene el fluido en constante equilibrio estático. Esta máquina, al igual que las anteriores, demuestra la presencia de ideas fallidas relacionadas con la carencia de conocimientos sobre las leyes naturales; lo que muestra la falta de claridad sobre los principios mecánicos, energéticos y termodinámicos. Pero son precisamente estos errores, los que de alguna manera posibilitaron el descubrimiento de las leyes de conservación en las ciencias; bien lo dijo Max Planck (1858-1947): *“...las búsquedas del móvil perpetuo tenían para la física una importancia tan grande como tuvieron para la química las tentativas de obtener artificialmente oro, pese a que, en ambos casos, la ciencia se valió no de los resultados positivos de los correspondientes experimentos, sino de los negativos”*.

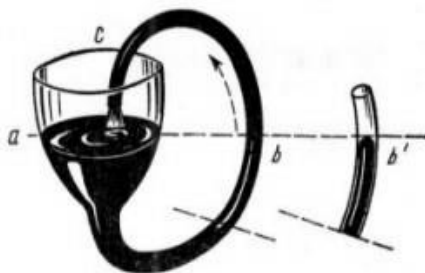


Figura 1-6: Modelo de Papin

Otros proyectos de este tipo fueron desarrollados por jesuita polaco Stanislav Solski y el mismo Juan Bernoulli (1667-1748) cuyos resultados no fueron diferentes que el de Papin. Con los ejemplos anteriores se resaltan la genialidad creativa de los ingenieros y científicos, pero se les critica la falta de claridad ante el estudio del comportamiento fenoménico que trataban, bien fuese de naturaleza mecánica o térmica.

1.2.2 El abandono sosegado de un ideal

En el inicio del siglo XVI surge la idea de “fuerza” como fuente de movimiento, y de que su surgimiento no sucede de la nada ni que desaparece sin dejar huella. Este pensamiento fue cuestionando la posibilidad de construir la más perfecta de las máquinas y da origen al abandono de los proyectos relacionados con el movimiento perpetuo. Las leyes de la naturaleza se manifiestan con claridad ante todo comportamiento que el hombre viole.

Lo anterior se debe también a que en 1648 John Wilkins, obispo de Chester, en su obra *Magia Matemática*, si bien no introdujo el término de “momento de fuerza” estableció la ley fundamental de la estática, con lo que argumentaba la imposibilidad de construir máquinas de movimiento perpetuo; esta ley se plantea de la siguiente manera: “para determinar la acción de cada uno de los pesos, hay que multiplicar su peso por la longitud del segmento del diámetro horizontal comprendido entre la línea vertical del peso y la vertical que pasa por el punto de suspensión de la carga”. Demostró con ello que “la acción de la carga se determina por el producto de la fuerza o peso de la carga por la longitud del brazo, la igualdad de estos productos determinará su equilibrio; la desigualdad, el giro constante”. Al quedar claras estas leyes de la dinámica, existen razones de peso más confiables que explican los fallos observados en los proyectos de móviles perpetuos, desalentado de alguna manera esa vaga idea de general una cantidad infinita de energía, bien los expresó el alemán Johann Joachim Becher en el siglo XVII al concluir: “diez años me dediqué a esta imprudencia, perdiendo un montón de tiempo y de dinero y haciendo perder mi buena reputación, todo esto únicamente para decir hoy día, con plena convicción, que el movimiento perpetuo es irrealizable” (Sierra C, 2012).

Simon Stevin estableció el siguiente teorema básico que soportaría el trabajo de Wilkins para demostrar la imposibilidad del movimiento perpetuo: “Un cuerpo en un plano inclinado se mantiene en equilibrio por la fuerza que actúa en la dirección del plano inclinado, y que es tantas veces menor que su peso, en cuantas la longitud del plano inclinado es mayor que su altura” (regla de paralelogramo). La demostración de Simón Stevin trata de un sistema que consiste en un plano inclinado doble y una cadena cerrada que lo rodea. El peso de la cadena, mayor sobre el plano izquierdo, debería hacerla rotar en dirección contraria a las manecillas del reloj (Sepúlveda A. , 2013). Dado que en la experiencia esto nunca ocurre plantea la ley del paralelogramo como demostración de la inexistencia del tal movimiento. Ver Figura 1-7, tomada del artículo de Sepúlveda.

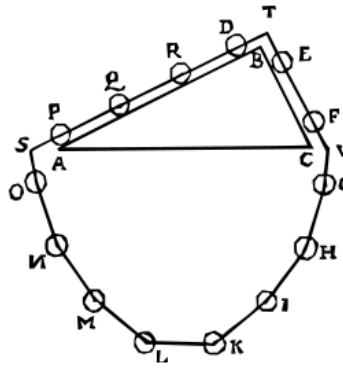


Figura 1-7: Demostración de Simón Stevin de la regla de paralelogramo

Leonardo da Vinci también había centrado su atención en estas utópicas máquinas, pero rápidamente visualizó su complejidad y por consiguiente concluyó que este era un trabajo irrealizable. En un sentido metafórico llamó “*agua muerta*” al agua en la cual no hay diferencia de niveles, con lo que hacía referencia a que es posible elevar a una altura la misma cantidad de agua que cae, por lo que agrega que, solo es viable con trabajos adicionales. En la realidad, Leonardo conocía la presencia de rozamientos mecánicos entre las diferentes piezas de la máquina, así que esta cantidad debía ser restada del esfuerzo inicial de la máquina, imposibilitando el movimiento de manera infinita con agua muerta. Una primera suposición está en que los materiales que componen la máquina tienen una durabilidad eterna, que a pesar de las diferentes fuerzas a las que están sometidos y las condiciones de ambiente en el tiempo no presentan deterioro alguno, contrario a toda observación al respecto. El surgimiento de estas y otras leyes, basadas en las observaciones y relaciones matemáticas de las variables involucradas, permitieron crear conciencia sobre la pertinencia de insistir o no en tales proyectos.

Quizá el conocimiento más preciso en cuanto a la construcción de estas máquinas (reconocido por Leonardo, antes que el planteamiento científico de Stevin) era que la suma de los momentos de las fuerzas en todos los móviles perpetuos es igual a cero. De otra manera, según lo definirían Descartes y otros: no es posible realizar trabajo a partir de la nada; estos son los primeros inicios implícitos de la idea de conservación de la energía, punto central de este trabajo.

Un caso bastante particular data de 1760, con la invención del británico John Cox del primer reloj de “movimiento perpetuo”, el cual podría seguir en marcha de manera continua. Dicho reloj era impulsado por variaciones en la presión atmosférica; los cambios en la presión del



Figura 1-8:

Reloj de Cox

aire movían un barómetro que hacía girar las agujas del reloj. El título bajo el cual se presentó este proyecto es *Mr. Cox's Perpetual Motion*. Este reloj funciona mediante un péndulo que tiene por fuerza motriz una pesa; en síntesis, el sistema está formado por un barómetro compuesto por recipientes que contienen 69 Kg de Hg, el cual intercambia de recipiente debido a las diferencias de presión del ambiente, produciendo así el movimiento necesario que alimenta el sistema de palancas que remontan al peso motor (Farré O, 2003). La Figura 1-8, muestra una estructura del reloj de Cox trazado por Fergusson en 1776. Jean Antonie Lepaute desarrolló otro prototipo similar al de Cox que buscaba aprovechar los cambios de presión, de temperatura o de luz como fuentes de energía. Estos últimos proyectos “...condujeron a los físicos a establecer la hipótesis acerca de que dichas máquinas solo podían funcionar de manera indefinida si en el aparato se introducía energía desde el exterior, es decir, si la energía total se conservaba” (Kaku, 2009).

Finalmente la Academia de Ciencias de París en el año 1775 decidió no examinar más proyectos mecánicos, magnéticos, ni hidráulicos como posibles móviles perpetuos, pues en ultimas todos fueron propuestas que no funcionaron. Las diferentes búsquedas del movimiento continuo, mostraron la falta de claridad por parte de los inventores, sobre las leyes físicas de la naturaleza, particularmente las leyes de la termodinámica. Es con el establecimiento del principio de conservación de la energía del siglo XIX que se puso fin a la creación de máquinas perpetuas de primera especie. Para llegar a este punto, se analiza a continuación la conservación de la cantidad de movimiento lineal, concepto que integra dos aspectos del movimiento como son la masa del cuerpo o partícula que se mueve y la velocidad asociada en un instante dado.

1.3 Conservación del momentum lineal

El análisis anterior sobre las máquinas de movimiento perpetuo, constituye un primer acercamiento al estudio de las leyes de conservación en su origen. Continuando con la investigación desde un punto de vista histórico-epistemológico de las ciencias, se prosigue a analizar las colisiones entre cuerpos, aspecto que resulta de interés porque de allí se deriva el concepto de cantidad de movimiento. Tal concepto se toma como entidad

independiente de la materia, el espacio y el tiempo, cuya particularidad (al igual que la materia) es su constancia³.

El estudio del movimiento de los cuerpos en general, ha sido un asunto de interés desde los griegos, pasando por los movimientos terrestres y celestes, con explicaciones, metafísicas, teológicas, filosóficas y científicas. Uno de los primeros trabajos científicos que anteceden al mismo Galileo sobre el movimiento y su comunicación entre cuerpos, se remonta al siglo XIV con el fraile franciscano William Ockham, quien intentó hacer del estudio del movimiento algo independiente de causas divinas. Tenía como propuesta explicar los fenómenos sin la dependencia de la propulsión del aire, como en el caso del movimiento de una flecha o proyectil, lo que se debía a la propulsión continua del aire a su alrededor que comenzaba y se originaba en el momento del lanzamiento⁴; en vez de esto, supuso que la flecha en movimiento transportaba cierta “carga” o “*vis impressa*” no material cuya posesión aseguraba la continuidad de su progreso (Holton, 1976). Esta es sin duda una preconcepción diferente de la cantidad de movimiento, pues según Jean Buridan, discípulo del fraile, dicha “carga” es proporcional al peso y alguna función de la velocidad. Estas ideas marcan su importancia por el hecho de que son propuestas diferentes a las que gobernaban la explicación de movimiento, Aristóteles ya había dado cuenta del movimiento de proyectiles como una combinación de movimiento vertical o natural y otro violento u horizontal, cuyo primer motor de movimiento se encuentra también en el aire.

Es en el siglo XVII cuando aparecen las primeras respuestas no teológicas a la causa del movimiento, con la teoría del *ímpetu* hoy conocido como impulso, palabra utilizada por el astrónomo Hiparco de Rodas y empleada por Juan Filopón y posteriormente por Galileo. Aquí, la teoría del *ímpetu* consiste en que en cualquier proyectil que se ha lanzado se halla impreso algo que constituye la fuerza motriz (viva) de éste (Davey M, Duarte, & Fonseca, 2006). Es necesario aclarar que el concepto moderno de Impulso establece el producto entre la fuerza promedio por el intervalo de tiempo Δt durante el cual actúa ($\int \vec{F} dt$); esto tiene una connotación distinta a la de Galileo, lo que él llamó *ímpetu* se definía como como el producto entre la masa y la velocidad, que posteriormente se conocería como cantidad de movimiento.

³ Los antiguos atomistas griegos, y en particular Lucrecio habían pensado que el movimiento constituye una entidad indestructible, que no puede ser creado ni destruido.

⁴ Esta idea hace parte también del pensamiento de los griegos escolásticos y aristotélicos atomistas.

El problema sobre la comunicación del movimiento, entendido este como el proceso de transferencia de cantidad movimiento entre cuerpos, fue atendido seriamente por John Wallis, Christopher Wren y Christian Huygens debido al interés puesto por la Sociedad Real de Londres en 1667. Los trabajos que sirvieron de base para estos físicos fueron los realizados principalmente por René Descartes y Gottfried Wilhelm Leibniz junto con los aportes de Nicolás De Malebranche y Edme Mariotte (Vélez U, 2002). Se revisan a continuación las diferentes formulaciones de la conservación del momentum lineal hasta llegar a una formulación más formal a cargo de Isaac Newton.

1.3.1 René Descartes y la conservación de la fuerza motriz (mv)



Figura 1-9: René Descartes (1596-1650)

Para entender la filosofía cartesiana sobre la conservación del momentum lineal se deben fijar los puntos básicos que consideró en sus formulaciones. Entender el asunto de la conservación, dice Descartes (Figura 1-9), implica necesariamente resolver el problema de la comunicación de la cantidad movimiento entre cuerpos mediante el choque físico entre ellos.⁵ Por la misma causa, sus definiciones se basan en el entendimiento y la explicación mediante ideas claras y distintas de los conocimientos allí implicados, lo que convierte la teoría cartesiana en una teoría empírica y geométrica, basada en axiomas y teoremas (Vélez U, 2002). Estos elementos no corresponden con los conocimientos actuales de la física, pero en cuanto a la riqueza histórica, son de vital importancia; particularmente porque dan a conocer los primeros argumentos de una de las leyes de conservación como lo es el

⁵ Lo que sucede en estos fenómenos de colisión es una transferencia de la cantidad de movimiento, aspecto que se enuncia como “comunicación del movimiento” en el contexto cartesiano, pero para efecto de la recontextualización de saberes, se hará referencia a la cantidad de movimiento.

momento lineal, y permiten establecer el vínculo entre las teorías clásicas y modernas, justificando así uno de los fines de la recontextualización aquí desarrollada.

En primera instancia Descartes (1955) (citado por Vélez (2002)) considera la *materia* como una extensión de lo largo; lo ancho y lo profundo, en este orden, un *fenómeno natural* no es más que es el desplazamiento de unas partes extensivas (materiales) por otras, debido a la existencia de una *fuerza motriz* que es el producto de la masa⁶ por la velocidad (mv en la terminología actual). Otro concepto significativo es el de *cuerpo* como una porción de materia presente completamente en el espacio, lo que supone la negación del vacío (lo que muestra la influencia del pensamiento aristotélico). Con el fin de hacer un análisis de la transferencia de la cantidad de movimiento entre cuerpos, reconoce que la materia es incompresible haciendo referencia con ello a los cuerpos duros (rígidos) e inelásticos que están aislados del resto de la materia, los cuales están constituidos por elementos que se encuentran en reposo relativo entre sí. Para el caso de los cuerpos elásticos se desarrollaron diferentes teorías a cargo de Malenbrache, Mariotte y Carré.

Bajo este modo particular de ver el mundo, se establece una distinción clara entre *movimiento* y *dirección* como conceptos disyuntos, por lo que las reflexiones sobre las colisiones no constituyen un trabajo vectorial sobre el movimiento, al sostener que la dirección puede cambiar sin que afecte el movimiento como tal⁷. Aunque reconocía que el movimiento estaba compuesto por otros dos movimientos, uno horizontal en el eje x y otro vertical en el eje y , realizó su trabajo tratando solo cantidades escalares. Sin percatarse de que estaba frente a la regla del paralelogramo, consideró que la dirección de un cuerpo puede cambiar sin afectar su velocidad; esta última resulta de la suma aritmética de sus componentes no de la suma vectorial. Por ejemplo si $v_x = 12 \text{ m/s}$ y $v_y = 5 \text{ m/s}$ entonces se espera que $v = 13 \text{ m/s}$, pero para Descartes es 17 m/s .

El “movimiento cartesiano” plantea una sinonimia entre los estados de movimiento y de reposo, donde el movimiento se concibe como: el traslado de una porción de materia o de un cuerpo desde la vecindad de los cuerpos que lo tocan inmediatamente, y que se suponen en reposo, hacia la vecindad de los otros cuerpos⁸. De aquí, Descartes plantea la no

⁶ Descartes habla indistintamente de masa, tamaño y volumen de los cuerpos.

⁷ Aquí hace referencia implícitamente a la velocidad del cuerpo en un estado de movimiento.

⁸ Esta definición supone que Descartes asumía la teoría de *Ímpetus* defendida por Galileo, Borelli y Benedetti.

distinción entre los estados de movimiento y de reposo, estableciendo entre ellos una particular diferencia relacionada con el movimiento relativo, sujeto a un sistema de referencia, tema ya trabajado por Galileo. El movimiento no obedece a ningún principio activo como el ímpetu o la fuerza, tiene su origen en Dios, el cual en la creación dio origen a una *cantidad de movimiento* inicial que permanece constante en el universo, inmutable y eterno como su creador. Al crear el movimiento, creó el reposo y la transferencia de la cantidad de movimiento de un cuerpo a otro de modo que la cantidad que uno perdía lo ganaba el otro en la misma proporción, sin desgaste alguno. Esta idea fue mantenida por sus seguidores incluyendo al mismo Malenbrache.

▪ Cantidad de movimiento cartesiano

Las observaciones de Descartes, le permitieron pensar en el movimiento como un estado de la materia, que tiene una cantidad *fija y determinada* a la que llamó *Quantitas*. Define la cantidad de movimiento como el producto de la velocidad y el tamaño (volumen). Newton después consideró la masa como un atributo fundamental de la materia, en oposición a Descartes para quien la materia es un atributo fundamental de la extensión (Sepúlveda A. , 2012, pág. 127). En términos vectoriales esto se escribe como $\vec{P} = m\vec{v}$, lo que inicialmente se trabajó como una cantidad escalar, consecuencia de la separación entre movimiento y dirección. Este producto ya era conocido por Galileo y fue él quien lo llamó momento o impulso mv sin la connotación de impulso, definido por: $\vec{T} = \vec{F}\Delta t = \Delta \vec{P}$.

El concepto empírico cartesiano de cantidad de movimiento involucra de manera compensada (inversamente proporcional) el movimiento con el tamaño de los cuerpos. Si existen dos fuerzas motrices iguales, sean estas $F_A = F_B$ lo que implica $m_A v_A = m_B v_B$.

▪ Conservación de la cantidad de movimiento

Partiendo de la voluntad divina como causa primera, la cantidad de movimiento se conserva en el universo dinámico. Dicha cantidad se comunica de un cuerpo a otro, tal que la suma escalar de todas las cantidades de movimiento es constante; particularmente, para un sistema cerrado de dos o más cuerpos, la cantidad de movimiento y de reposo se mantienen invariantes en el tiempo. Bajo esta perspectiva, la ley de la conservación del momento se asemeja más a la ley de conservación de la energía (Sepúlveda A. , 2012).

En la cinemática cartesiana, el todo constituye un sistema de comunicación continua de movimiento, pero la conservación de la cantidad de movimiento cartesiano carece de argumentos profundos, empezando por el hecho de que las causas iniciales no son voluntad de Dios, y la suma de las cantidades de movimiento no es escalar sino vectorial.

Sea P la cantidad de movimiento, m el tamaño de un cuerpo y k una constante; se tiene que para un sistema cerrado, la constante equivale a:

$$k = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n$$

Al no considerar las direcciones sino las magnitudes de las velocidades, la cantidad de movimiento en un choque antes (P) y después de él (P') se representa, según Descartes como sigue:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n = P'_1 + P'_2 + P'_3 + \cdots + P'_n$$

▪ Conservación de la cantidad de reposo

Dado que para Descartes el reposo es sinónimo de movimiento, plantea una expresión para su conservación

. Esta expresión es equivalente a la anterior, donde si un cuerpo disminuye su velocidad entonces este gana reposo proporcional a la diferencia relativa entre las velocidades. Si se define r como la cantidad de reposo, se deduce que: $r = m(v_i - v_f)$, de donde se puede inferir que si $r > 0$ el cuerpo ganó reposo y si $r < 0$ perdió reposo.



Figura 1-10: Choque frontal entre dos cuerpos duros A y B

Sean A y B dos cuerpos duros que chocan frontalmente (ver Figura 1-10), con v'_A y v'_B sus velocidades después del choque, y r_A y r_B las cantidades de reposo ganado o perdido. Ahora, como $P_i = P_f$ se tiene que:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$-m_A v_A - m_B v_B = -m_A v'_A - m_B v'_B$$

$$-(m_A v_A - m_A v'_A) = (m_B v_B - m_B v'_B)$$

$$-m_A(v'_A - v_A) = m_B(v'_B - v_B)$$

$$-m_A r_A = m_B r_B$$

$$m_A r_A + m_B r_B = 0$$

Expresión cartesiana para colisiones, lo que significa que la cantidad de reposo no aumenta o disminuye como consecuencia del choque entre los cuerpos. La comprensión de la conservación de la cantidad de movimiento según Descartes incluye tres leyes fundamentales: la existencia de Dios como causa primera, la ley de inercia (que presenta dos versiones) y la ley de la fuerza; estas leyes están enmarcadas en el principio cartesiano “pienso luego existo” (*cogito ergo sum*) lo que implica que las cosas son como se piensan que son⁹.

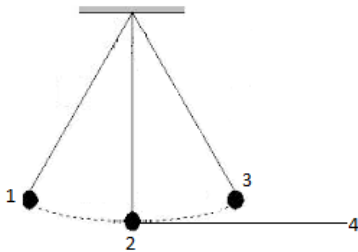


Figura 1-11: Movimiento pendular

En principio, Dios es creador del movimiento y el reposo, constantes e inmutables en la eternidad. En segundo lugar, presenta la ley de inercia en dos adaptaciones, la primera es la ley de inercia para el movimiento, la cual plantea que *“todo cuerpo tiende a conservar su estado de movimiento o de reposo”*. La segunda es la ley de inercia para la dirección, en donde *“todo cuerpo tiende a mantener su movimiento en línea recta y no en curva”*.

Por ejemplo, en el caso del movimiento pendular (Figura 1-11), el cuerpo en movimiento pasaría de la posición 1 a la 2, y si se corta el hilo continuaría su movimiento no hacia 3 sino hacia 4 como era clara en las observaciones experimentales de la época, siguiendo un camino tangencial a la trayectoria y en línea recta.

La tercera es la ley de la fuerza: *“si un cuerpo encuentra a otro y su fuerza para continuar en línea recta es menor que la fuerza del otro para oponérsele, cambia a otra dirección pero conserva su movimiento; pero si su fuerza es mayor, entonces arrastra al otro cuerpo consigo y pierde una cantidad de movimiento equivalente a la comunicada”* (Descartes, 1955). En este contexto la palabra fuerza es el equivalente al producto masa por velocidad.

⁹ La experimentación no es una opción que contemplara Descartes, contrario a lo que planteaba Galileo.

Con base en el campo conceptual construido por Descartes se explican los diferentes casos que se presentan en la comunicación de la cantidad de movimiento durante la colisión de cuerpos rígidos aislados, mediante la postulación de 7 reglas básicas que se resumen a continuación. De la comprensión de dichas reglas emana implícitamente el concepto cartesiano de *fuerza motriz* (mv), también llamada *fuerza viva* que con Leibniz toma un sentido más amplio con el término “*vis viva*”, y que en la actualidad se conoce como energía cinética. Y fuerza muerta o fuerza de reposo, también desde el mismo Leibniz, se contemplará como lo que hoy se entiende por energía potencial.

Dada la existencia de una fuerza de movimiento, existe también una fuerza de reposo entre dos cuerpos A y B que chocan frontalmente (Figura 1-12), donde A está en reposo y B va en dirección hacia A, en este caso la fuerza de reposo de A se puede escribir en términos actuales como $F_r = m_A v_B$.

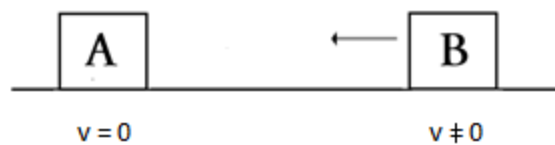


Figura 1-12: Fuerza de reposo

▪ Reglas de choque

Después de la publicación de *Los Principios*, estas reglas serían puestas en tela de juicio por muchos pensadores, estableciendo cada vez una idea más clara sobre el momentum lineal y su conservación, principalmente por el trabajo de Huygens y Leibniz. Estas reglas, además de suponer los cuerpos aislados y duros, no contemplan el caso de las colisiones inelásticas y contemplan una serie de paradojas que no corresponden con los hechos observables, en particular, con aquellas concernientes a la conservación de la cantidad de movimiento.

- **Regla 1:** Dos cuerpos con igual tamaño que se mueven en direcciones contrarias y con la misma velocidad chocan frontalmente y después retroceden con las mismas velocidades iniciales.
- **Regla 2:** Dos cuerpos, uno ligeramente de mayor tamaño que el otro se mueven en direcciones contrarias y con la misma velocidad; chocan frontalmente y después, el cuerpo de menor tamaño retrocede y el otro conserva su dirección y mantienen las velocidades iniciales, conservando la cantidad de movimiento.
- **Regla 3:** Dos cuerpos con iguales tamaños pero con velocidades ligeramente diferentes chocan frontalmente y después el de mayor velocidad arrastra al de menor al transferir parte de su movimiento, ambos se moverán con la misma velocidad final.

- **Regla 4:** Un cuerpo en reposo y mayor que otro que se mueve con velocidad distinta de cero, chocan frontalmente y después el de menor tamaño retrocede independientemente de su velocidad.
- **Regla 5:** Un cuerpo en reposo y menor que otro que se mueve con velocidad distinta de cero, chocan frontalmente y después el de mayor tamaño arrastra al primero comunicándole parte de su movimiento tal que ambos se moverán con la misma velocidad.
- **Regla 6:** Un cuerpo en reposo y de igual tamaño que otro que se mueve hacia el primero, chocan y después el cuerpo en movimiento retrocede con una velocidad menor y el cuerpo en reposo se mueve.
- **Regla 7:** Si dos cuerpos se mueven en la misma dirección y, uno alcanza al otro; donde el primero tiene una fuerza de continuación mayor a la fuerza de oposición del segundo, entonces ambos se mueven juntos con la misma velocidad.

Con lo anterior se dio una respuesta parcial a lo que sucede cuando los cuerpos interactúan entre sí, encontrándose un principio de conservación a partir de las propiedades del movimiento. Este mismo principio, el de conservación de la cantidad de movimiento fue enunciado de manera más general y clara por Christiaan Huygens y Leibniz con los planteamientos que se desarrollan a continuación. La comparación de las diferentes formas de abordar la cantidad de movimiento, permitirá poner los diferentes contextos de producción sobre esta cantidad conservativa en relación con el conocimiento actual de las colisiones.

1.3.2 Christiaan Huygens y el carácter vectorial de mv



Figura 1-13: Christiaan Huygens (1629-1695)

El físico holandés Christiaan Huygens (Figura 1-13), era uno de los encargados de dar solución al problema de la transferencia de cantidad movimiento lineal en el estudio de las colisiones entre los cuerpos; el 4 de enero de 1669, publicó un artículo que sería la

respuesta definitiva a este problema, publicado en el *Journal de Savants* el cual se sintetizó en otro artículo llamado *Motu corporum ex percussione* de 1700 (Solbes & Tarín, 2008). Tal encargo fue asignado por la Real Society de Londres en 1668, a dicha convocatoria también acudieron Wren y Wallis, los cuales ampliarían el horizonte científico de las colisiones llegando a concluir que la cantidad de movimiento en una colisión es constante.

Después de revisar las diferentes reglas de la transferencia de la cantidad de movimiento de los cartesianos, Huygens plantea que: en un sistema, el producto de la masa por el cuadrado de la velocidad a la que se mueven los cuerpos que interactúan, permanece constante antes y después del choque en una colisión perfectamente elástica. A la expresión mv^2 se le conoció como “*vis viva*” que significa fuerza viva¹⁰, expresión que posteriormente adoptaría Leibniz, para proponer que la cantidad que se debía conservar era la fuerza viva, donde la causa de todo efecto en el universo debía convertirse completamente en el efecto producido. Dicha expresión adoptaría su forma actual a principios del siglo XIX, bajo lo que se conoce hoy como energía cinética de un cuerpo.

Un antecedente de la conservación de la “*vis viva*” se encuentra en una observación realizada por Galileo en 1638 respecto a la caída de los cuerpos: “*un cuerpo que cae libremente (sin experimentar rozamiento con el aire), al chocar elásticamente con alguna superficie llega a la misma altura desde la que cayó*” (Holton, 1976, pág. 364). Este ejemplo muestra la convertibilidad total de la causa en el efecto y de manera implícita la conservación de la fuerza viva.

Bajo el marco conceptual de la “*vis viva*”, la expresión conservativa que Huygens desarrolló como una expresión matemática para choques elásticos entre un cuerpo 1 de masa m_1 con un cuerpo 2 de masa m_2 cuyas velocidades finales son respectivamente v'_1 y v'_2 , tiene la forma siguiente:

$$m_1 \overrightarrow{v_1^2} + m_2 \overrightarrow{v_2^2} = m_1 \overrightarrow{v_1'^2} + m_2 \overrightarrow{v_2'^2}$$

Esta expresión de carácter *vectorial*, es válida sólo si se consideran las velocidades antes y después de la colisión, no durante el choque. Actualmente se emplea la misma ecuación

¹⁰ Esta expresión, dentro de la historia de las ciencias se puede considerar como el primer intento de definir una magnitud energética constante en términos mecánicos.

para el caso en que la colisión sea elástica. La ecuación física anterior, invalida la expresión escalar cartesiana, que se escribe como sigue:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

De este formalismo cartesiano no se puede deducir la formulación de Huygens. Los choques inelásticos y la no conservación de la “*vis viva*” determinada por Wallis, fundaron las bases del concepto de energía interna y por consiguiente la enunciación del primer principio de la termodinámica del siglo XIX (Solbes & Tarín, 2008).

Para Huygens, las leyes de conservación de la energía y el momento no son solo válidas para los cuerpos macroscópicos, sino que también se cumplen para los átomos y las partículas etéreas (Capek, 1965). Ya para el siglo XVII, la conservación de la “*vis viva*” en los choques inelásticos y en el movimiento pendular, era considerada una ley general y en el siguiente siglo era una ley de la mecánica, que marcaría las investigaciones posteriores de otros fenómenos, con los cuales se fue estableciendo una conexión, o más bien una forma de modelar y explicar los eventos naturales. En este punto, resalta el trabajo de Bernoulli en hidrodinámica sobre el principio que lleva su nombre, que tuvo lugar, bajo la hipótesis de la conservación de la “*vis viva*”. Con el trabajo de Bernoulli y la formulación de Lagrange (ver anexo A) sobre la conservación de las fuerzas vivas, se pudo establecer su preservación como un hecho no deducible de las leyes mecánicas de Newton.

Un problema detectado sobre la pérdida de “*vis viva*” de un fluido que atraviesa una sección transversal que en su trayecto aumenta o disminuye, puso en tela de juicio la ley vigente, problema que fue resuelto por Jean Charles de Borda (1733-1799). En su *Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases* (1766), al establecer una relación análoga a los choques inelásticos, calcula cuantitativamente la cantidad perdida, mostrando nuevamente la validez del principio conservativo, al incluirse este residuo en la cantidad neta de la fuerza (Dugas, 1988) (Citado en Solbes & Tarín, 2008). El trabajo de Borda, al igual que el de Lazare Carnot (padre de Sadi Carnot), constituye uno de los primeros intentos significativos de determinar cuantitativamente la pérdida de la fuerza viva; dicha pérdida se debía a lo que más tarde se conocería como el *calórico*, sustancia de la cual se hablará más adelante (Sección 2.3).

1.3.3 Leibniz y la conservación de la “vis viva” (mv^2)

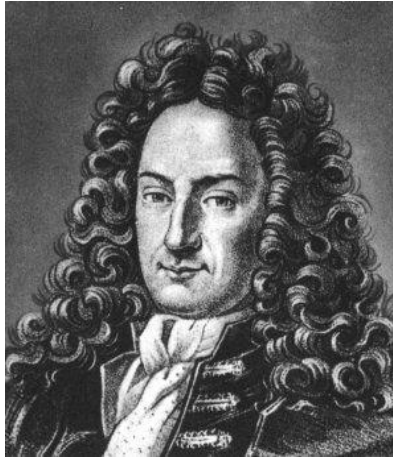


Figura 1-14: Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Con el fin de seguir el hilo conductor sobre la evolución de la idea de cantidad de movimiento lineal se analizan las contribuciones de Leibniz (Figura 1-14) realizadas al respecto. En este punto es Leibniz quien se toma la tarea de revisar y cuestionar las diferentes reglas cartesianas y las de sus seguidores, examina¹¹ los choques entre los cuerpos comparando las observaciones con las reglas de Descartes, evidenciando diferentes errores en ellas. Basa sus argumentos en los trabajos de Wren, Mariotte y Huygens, principalmente. Niega la validez de la conservación de la cantidad de movimiento según los principios cartesianos, demostrando que si un cuerpo comunica totalmente todo su movimiento a otro, daría lugar al imposible movimiento perpetuo.

Las objeciones de Leibniz se publicaron en tres escritos diferentes, *Tratado de Metafísica*, *Breve demostración del error memorable cometido por el Sr. Descartes* y, finalmente en *Ensayo de Dinámica*. La demostración formal de la invalidez de la conservación de la cantidad de movimiento en los cartesianos tuvo lugar en este último escrito. A continuación se exponen algunos de los argumentos de Leibniz tomados de estas obras.

Partiendo de dos principios: (1) el principio de las máquinas de Descartes¹², plantea que en una máquina, bien sea una polea, palanca o plano inclinado, *los pesos son inversamente*

¹¹ Leibniz a diferencia de Descartes realizó experimentos de las colisiones con masas diferentes a distintas velocidades.

¹² El principio de las máquinas fue desarrollado por Stevinus, Galileo, Jhon Bernoulli y Descartes; entre otros, a modo de ejemplo, esta ley se entiende de la siguiente manera: en una máquina se requiere una fuerza 1 lb a una altura de 4 pies, como para elevar 4 lb a una altura de 1 pie. En las

proporcionales a las alturas a las cuales ascienden o descienden esos pesos al utilizar la máquina. (2) Y el principio de Galileo, donde las alturas a las cuales ascienden dos cuerpos a causa de sus velocidades, son directamente proporcionales a los cuadrados de dichas velocidades (Vélez U, 2002). Y de la lectura que Gottfried Wilhelm Leibniz realiza de Huygens¹³, se da cuenta de que la cantidad conservada en las colisiones es el producto mv^2 (fuerza motriz), expresión conocida también por Galileo según el principio anteriormente mencionado. Con base en esta inferencia, plantea que si las reglas cartesianas son verdaderas y se cumple la conservación de la cantidad de movimiento, entonces equivaldría a decir que es posible crear energía de la nada, cosa contraria a los planteamientos de las actuales leyes de la termodinámica.

Lo anterior tiene relación directa con el siguiente ejemplo tomado del texto de Fabio Vélez (2002), si se sigue partiendo de las reglas cartesianas, es posible que un cuerpo comunique todo su movimiento a otro; es decir, si un cuerpo A de 4 unidades de masa

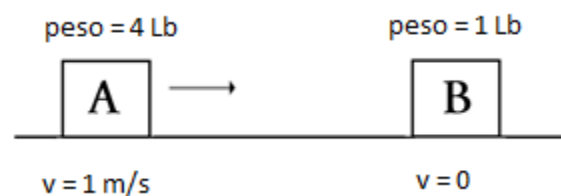


Figura 1-15: Conservación de la cantidad mv

y 1 unidad de velocidad comunica todo su movimiento a un cuerpo B de 1 unidad de masa en reposo, entonces con la conservación de la cantidad de movimiento cartesiana, B adquiere 4 unidades de velocidad (ver Figura 1-15).

Esto se ve en la expresión cartesiana de la conservación de momento, lo que de alguna manera se puede interpretar así:

$$v_B = \frac{m_A v_A}{m_B}$$

Ahora, con base en el principio galileano mencionado anteriormente, el mismo cuerpo A en virtud de su velocidad puede ascender 1 unidad de longitud y en consecuencia el cuerpo B ascenderá 16 unidades de longitud. Al confrontar este supuesto con la regla de las máquinas, demostrada por Descartes en sus tratados de estática, se tiene que en una máquina el cuerpo B, a una altura de 16 unidades de longitud, puede hacer subir al cuerpo

máquinas, haciendo referencia a los tiempos iguales de ascenso y descenso se cumple que: $\frac{p}{p'} =$

$\frac{h'}{h} = \frac{(h'/t)}{(h/t)} = \frac{v'}{v}$ donde p representa el peso, h la altura, t el tiempo y v la velocidad.

¹³ Huygens afirmaba que la suma vectorial de las cantidades de movimiento se conserva si se tiene en cuenta la dirección del movimiento y no la suma absoluta (escalar) como plantea Descartes.

A a una altura de 4 unidades de longitud; es decir, cuatro veces más a la que ascendería en virtud de su velocidad de 1 unidad. Lo que deja entrever una contradicción entre estos dos principios aceptados en este contexto histórico, permitiéndole inferir a Leibniz que la fuerza de movimiento de A es capaz de hacerlo ascender a 1 unidad de longitud, y como le comunica todo su movimiento a B, la misma fuerza motriz lo hace ascender a 4 unidades de longitud.

Con base en lo anterior, Leibniz propone una nueva forma de concebir la fuerza motriz, no como mv , sino como el producto del peso por la altura ph , y al confrontarlo nuevamente con la ley de las máquinas, el cuerpo B tendría 4 veces más fuerza que A. Leibniz se pregunta entonces: *¿De dónde se ha sacado tres veces más fuerza a partir de la nada debido a la transferencia del movimiento?* Con esto cambia su concepción de fuerza motriz y la no conservación de la cantidad de movimiento; y con una nueva noción, propone que es ph la cantidad que se debe conservar. Así, la fuerza motriz y la cantidad de movimiento son diferentes, como lo postula Leibniz en una segunda versión, que se expone a continuación.

Según Descartes la fuerza de movimiento, o lo que en el contexto actual se diría energía, es el producto mv , el cual es constante, puesto que la cantidad de movimiento en el universo creado por Dios también lo es. Pero a diferencia de esto, la fuerza de movimiento que postula Leibniz es el producto del peso por la altura ph , la cual se convierte en la primera idea importante de lo que después se conocería como *trabajo mecánico hecho por una fuerza conservativa*.

Se sigue a continuación una deducción trabajada por Leibniz, con el fin de demostrar que la cantidad que se conserva no es la cantidad de movimiento cartesiana mv sino la fuerza motriz ph . Se supone que un cuerpo que cae desde cierta altura, adquiere de dicha altura la fuerza (trabajo) necesaria para subir de nuevo al punto inicial, además, la cantidad de fuerza necesaria para elevar el cuerpo A, de masa $m_A = 1$ unidad a una elevación de $h = 4$ unidades de longitud, es la misma que se necesita para elevar el cuerpo B de masa $m_B = 4$ unidades de masa a una altura $h' = 1$ unidad de longitud. Lo siguiente se resume en los siguientes pasos ver Figura 1-16.

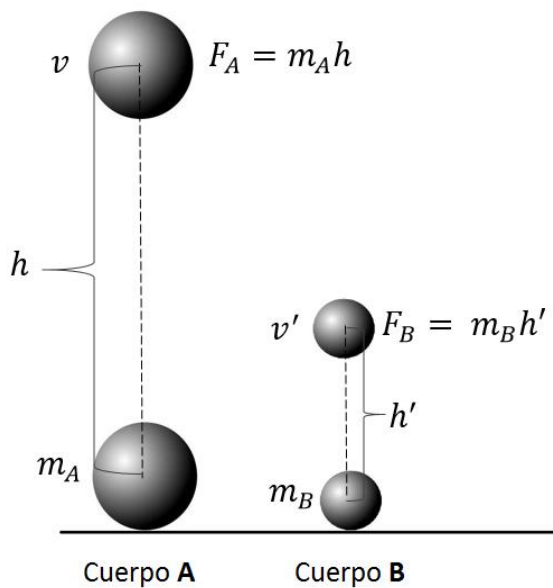


Figura 1-16: Conservación de la fuerza motriz (ph)

1. Parte del principio cartesiano de que la cantidad de movimiento en el universo es constante como producto de la creación divina; al mismo tiempo supone la no influencia del medio en el movimiento de los cuerpos, y define la fuerza de movimiento del cuerpo A igual a la fuerza de movimiento del cuerpo B, así: $F_A = F_B$, donde $F_A = m_A h$, es el peso de A, y $F_B = m_B h'$ es el peso de B¹⁴.

2. Ahora considera la siguiente formulación conocida por Galileo: $2v = v'$. Siendo v y v' las velocidades del cuerpo A y B respectivamente.
3. Con respecto a las alturas, toma un caso en el que $4h = h'$. Donde h y h' son las alturas de los cuerpos A y B respectivamente.
4. Y con respecto a las masas toma un caso en el que $m_A = 4m_B$.
5. Al calcular la cantidad de movimiento se tiene: $m_A(2v) \neq 4m_B(v')$.

De lo anterior, concluye Leibniz que existe una contradicción en los enunciados cartesianos, que de acuerdo a la nueva situación, si las fuerzas son iguales, se obtiene que las cantidades respectivas de movimiento son diferentes. Pues de la última expresión y con base en el gráfico, la cantidad de movimiento del cuerpo A es la mitad, mientras que la del cuerpo en B es el doble. Y concluye que si Dios conserva la misma fuerza viva entonces no conserva la misma cantidad de movimiento.

Conociendo Leibniz el planteamiento de Galileo sobre el movimiento vertical en el que los cuadrados de las velocidades adquiridas por los cuerpos son directamente proporcionales,

¹⁴ Es claro que en la época de Leibniz ya se había demostrado la imposibilidad de crear máquinas que dieran origen al movimiento perpetuo.

es decir, $\frac{h}{h'} = \frac{v^2}{v'^2}$. Se sigue que $\frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{h'}}$, y por consiguiente, la igualdad $F_A = F_B$ es falsa, y propone como verdadera la igualdad: $ph = p'h'$, quedando de esta manera demostrada su hipótesis.

El concepto de fuerza motriz de Leibniz es más profundo porque cuestiona la concepción cartesiana de la materia y dice que esta debe tener algo más que solo extensión, y lo llama *fuerza viva* (trabajo de levantamiento) o *vis viva* (energía). Y argumenta que un cuerpo no puede tener dos fuerzas motrices distintas, sino que es una sola la cual se expresa a continuación:¹⁵

$$m_A v_A^2 = m_B v_B^2 \Leftrightarrow p_A h_A = p_B h_B$$

Del *Ensayo de Dinámica* de Leibniz, se resalta que el nuevo concepto de fuerza supone un estado de tensión de un cuerpo o sistema, distinguiendo entre fuerza motriz y fuerza cinética, también llamada fuerza viva, que es una fuerza que depende del movimiento del cuerpo y es directamente proporcional al producto mv^2 y, fuerza muerta, “*vis morti*”, que depende de la altura (posición respecto a un nivel de referencia) y es directamente proporcional al producto ph . Aclara además la convertibilidad entre la fuerza viva y muerta, pero hacía alusión al término de *potencia* viva y muerta (energía cinética y potencial), refiriéndose con ello a la capacidad de un sistema para pasar de un estado de movimiento a otro. Es importante anotar que el término de “*vis viva*” fue interpretado por Colioris como $\frac{1}{2}mv^2$ mientras que Leibniz se refería a la misma expresión para la potencia viva. Sin duda lo que se vislumbra de estas interpretaciones y trabajos, es lo que conocemos como energía mecánica de un sistema, la cual fue analizada por diferentes pensadores gracias a su diferentes manifestaciones en los procesos físicos, mostrando una vez más que la energía en un ente transversalizador de la naturaleza.

Bajo el entendimiento energético de Leibniz, se observó que en las colisiones inelásticas la fracción de energía cinética que desaparece en un sentido aparente, no se destruye, sino que se distribuye entre las partículas moleculares de los cuerpos: la supuesta pérdida de energía se debe a la transformación del movimiento perceptible de los cuerpos que chocan en energía interna, es decir, movimiento invisible a nivel microscópico (Capek, 1965). De

¹⁵ Es de notar que aquí aparece de manera embrionaria la primera forma de lo que hoy llamamos equivalencia entre trabajo y energía.

cierta manera, se está vislumbrando el equivalente mecánico, punto de interés en capítulos posteriores de este trabajo (ver sección 2.7.9).

Por otra parte Nicolás De Malebranche, fiel a los elementos cartesianos, establece que *“el principio general que rige la comunicación del movimiento es el de la conservación de la cantidad de movimiento, en sentido absoluto. Este principio se sigue de la inmutabilidad divina, según la cual, lo que Dios quiere en un instante lo quiere para siempre”* (Davey M, Duarte, & Fonseca, 2006). Esta y otras perspectivas constituyen las explicaciones teológicas que se anteponen a las discusiones científicas que comenzaban a surgir en este tiempo. Finalmente se logra madurar y formalizar con argumentos más serios el concepto de conservación de la cantidad de movimiento, el cual se deduce de las leyes del movimiento del Newton y del cálculo que creó. A continuación se expone la manera en que Newton formaliza este hecho bajo el acompañamiento de nuevos conceptos y métodos matemáticos.

1.3.4 Isaac Newton y la formalización de \vec{P}



Figura 1-17: Isaac Newton (1642-1727)

Con Newton (Figura 1-17) se define el Momentum lineal o cantidad de movimiento lineal como una cantidad vectorial $\vec{P} = m\vec{v}$ en la dirección de \vec{v} , definición, derivada de la primera Ley del movimiento o Ley de Inercia, pues esta equivale a decir que un cuerpo en movimiento inercial, mantiene constante, en magnitud, la cantidad de movimiento \vec{P} y en su dirección el producto $m\vec{v}$ (Sepúlveda A. , 2012, pág. 127). Con el fin de aclarar este hecho, se toma como punto de partida la segunda ley del movimiento de Newton, donde la

suma vectorial total sobre un sistema aislado¹⁶ o sobre una partícula de masa m , produce una aceleración \vec{a} en la dirección de la resultante, lo que se denota como $\sum \vec{F} = m \vec{a}$. Como la aceleración es la variación de la velocidad con el tiempo se puede reescribir la segunda ley como: $\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$.

Desde la perspectiva newtoniana si la masa de la partícula o del sistema es constante, puede escribirse la expresión anterior (miembro derecho de la igualdad) de la siguiente manera: $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{v} + m \frac{d\vec{v}}{dt}$. Al aplicar la regla de derivación para el producto con m constante (la variación de la masa respecto al tiempo es nula) se infiere que: $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$. Retomando la expresión de la segunda ley con las equivalencias encontradas, se replantea que la fuerza resultante sobre un sistema es la variación de la cantidad de movimiento respecto al tiempo; dado que el producto $m\vec{v}$ es \vec{P} entonces $\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d(\vec{P})}{dt}$. De esta manera Newton define la cantidad de movimiento con una serie de diferencias notables entre los planteamientos de Descartes y Leibniz, cuya validez resulta cuando la masa es constante (mecánica clásica) y variable (teoría de la relatividad). En consecuencia, el movimiento de una partícula de cierta masa en una trayectoria dada y con cierta velocidad, tangencial a la trayectoria en cualquier punto, se modela de manera más precisa con el concepto de cantidad de movimiento, generalizando las concepciones anteriores. Esta situación, como otras experiencias en el estudio histórico-epistemológico de la ciencia, muestra el saber como una construcción continua, colectiva y consensuada, que se hace válida mediante los procesos de formalización científica, sujetos a la observación y modelización matemática.

▪ Conservación de la cantidad de movimiento lineal

Partiendo de la expresión desarrollada por Newton para la cantidad de movimiento y su relación con la segunda ley $\left(\sum \vec{F} = \frac{d(\vec{P})}{dt}\right)$, se amplía la idea de fuerza resultante sobre un

¹⁶ Un sistema aislado es una región limitada por el espacio compuesta por cuerpos confinados, cuyas acciones internas entre ellos es recíproca y las fuerzas externas son nulas. Son ejemplo de ello, un gas contenido en un recipiente, un cuerpo unido por un resorte, un sistema planetario, una galaxia, entre otros. (Sepúlveda A. , 2012). En términos de la energía, un sistema aislado, es aquel donde no hay transferencia de energía al entorno, por medio de trabajo, calor, ondas mecánicas o electromagnéticas, o cualquier otro proceso de transferencia. Esta consideración posibilitaría, más adelante, establecer de manera general que para un sistema aislado la energía se conserva. También fundó las ideas de Lavoisier sobre la conservación de la masa.

sistema y, permite plantear condiciones de equilibrio, siempre que la suma de las fuerzas tanto internas como externas del cuerpo o sistema sea igual a cero:

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{internas} + \sum \vec{F}_{externas}$$

Esto supone un equilibrio en el sistema, bajo la acción de fuerzas internas y externas, lo que tiene sentido en las leyes del movimiento. Supóngase que la suma vectorial de las fuerzas externas es cero ($\sum \vec{F}_{ext} = 0$), en términos de la primera ley implica que el cuerpo o el sistema está en reposo o en movimiento rectilíneo con velocidad constante. Y, además que la suma de las fuerzas internas es también cero, o que el conjunto de partículas que forman el sistema están en equilibrio. Esto último se entiende bien con la tercera ley de Newton (*acción-reacción*) aplicada a dicho conjunto. En este sentido se toman dos partículas, cuya interacción es igual en magnitud pero su sentido es contrario¹⁷, y se denota como $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, lo que equivale a decir que la suma de ellas es nula, pues $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$ y al tomar la suma neta tenemos que $\sum \vec{F}_{int} = 0$. Con base en lo anterior se da claridad a la suposición inicial de considerar el sistema en equilibrio.

Dado lo anterior, la variación de la cantidad de movimiento es cero, pues como se dedujo, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$, implicando de esta manera dos situaciones:

1. Que la cantidad de movimiento lineal es cero o es constante.
2. Como la ley de Inercia no establece diferencia entre el estado de movimiento en reposo o con velocidad constante, la cantidad de movimiento total de un conjunto de partículas (en reposo o con velocidad uniforme) es constante y se conserva.

$$\vec{P} = \vec{k}$$

Donde \vec{k} es una constante. Si el sistema está formado por n partículas entonces:

$$\vec{P} = \sum_{n=1}^n \vec{P}_n = \sum_{n=1}^n m_n \vec{v}_n = \vec{k}$$

¹⁷ La fuerza que ejerce la partícula 1 sobre la 2, denotado \vec{F}_{12} , es igual en magnitud a la fuerza hecha por la partícula 2 sobre 1, denotado \vec{F}_{21} , pero en sentido opuesto bajo la misma línea de acción.

El cambio de la cantidad de movimiento es cero, $\Delta \vec{P} = 0$. Y la diferencia entre la cantidad de movimiento final e inicial es cero ($\vec{P}_f - \vec{P}_i = 0$), cuyo sentido físico radica en que son iguales ($\vec{P}_i = \vec{P}_f$). Generalizando, la cantidad de movimiento total (\vec{P}_T) es la suma de las cantidades de movimiento de las partículas individuales, lo que equivale a:

$$\vec{P}_T = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \cdots + \vec{P}_n$$

$$\vec{P}_T = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \cdots + m_n \vec{v}_n$$

Si $\vec{P}_i = \vec{P}_f$ entonces:

$$m_1 \vec{v}_{i1} + m_2 \vec{v}_{i2} + m_3 \vec{v}_{i3} + \cdots + m_n \vec{v}_{in} = m_1 \vec{v}_{f1} + m_2 \vec{v}_{f2} + m_3 \vec{v}_{f3} + \cdots + m_n \vec{v}_{fn}$$

En el caso contrario, es decir, que la cantidad de movimiento total en un sistema no se conserve, entonces no cumple la ley de inercia del movimiento, pues aquí no se contempla la autoacción, es decir la capacidad de un sistema para cambiar por sí mismo su estado de movimiento en reposo o con velocidad constante y en línea recta; sólo se contemplan acciones externas al sistema (Sepúlveda A. , 2012).

Se ha demostrado con Newton que la ley de conservación de la cantidad de movimiento es válida para cualquier observador inercial, lo que implica que es una ley invariante, que si es válida para un sistema de referencia S , también lo es para un sistema de referencia S' . La siguiente demostración se propone en el texto de Sepúlveda (2012).

Al definirse $\vec{P} = m\vec{v}$, la velocidad \vec{v} depende del sistema de referencia S y como ya se demostró para el caso de una colisión entre dos partículas, la cantidad de movimiento total antes del choque es igual a la cantidad de movimiento total después, ver Figura 1-18.

$$\vec{P}_{inicial} = \vec{P}_{final}$$

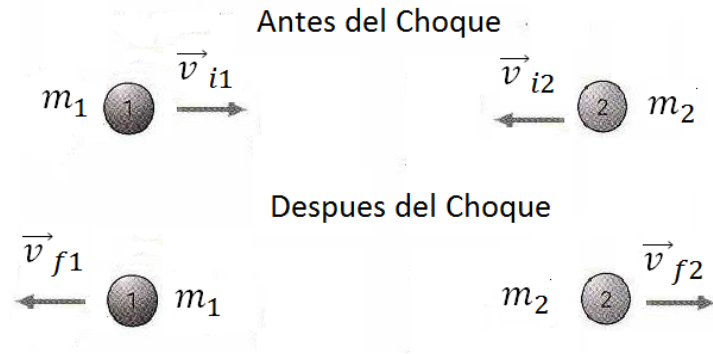


Figura 1-18: Colisión en una dimensión

En S se cumple que:

$$m_1 \vec{v}_{i1} + m_2 \vec{v}_{i2} = m_1 \vec{v}_{f1} + m_2 \vec{v}_{f2}$$

Al aplicar la Regla de Adición de Velocidades de Galileo, con V , velocidad uniforme del sistema S' respecto a S a lo largo del eje x , se tiene:

$$\vec{v}_{i1} = \vec{v}'_{i1} + V$$

$$\vec{v}_{f1} = \vec{v}'_{f1} + V$$

$$\vec{v}_{i2} = \vec{v}'_{i2} + V$$

$$\vec{v}_{f2} = \vec{v}'_{f2} + V$$

Al sustituir estos últimos términos en la expresión inmediatamente anterior se tiene:

$$m_1(\vec{v}'_{i1} + V) + m_2(\vec{v}'_{i2} + V) = m_1(\vec{v}'_{f1} + V) + m_2(\vec{v}'_{f2} + V)$$

Al simplificar algunos términos:

$$m_1 \vec{v}'_{i1} + m_2 \vec{v}'_{i2} = m_1 \vec{v}'_{f1} + m_2 \vec{v}'_{f2}$$

Demostrando de esta manera que la conservación de la cantidad de movimiento también es válida para el sistema inercial S' .

$$\sum \vec{P}'_{inicial} = \sum \vec{P}'_{final}$$

▪ Colisiones y la conservación de la cantidad de movimiento

En las colisiones se verifica fácilmente la tercera ley de Newton, pues el par de fuerzas generado en el instante de la colisión tiene la forma $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (ver Figura 1-19), lo que se escribe como: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, y dado que la fuerza neta sobre un sistema aislado es igual a la variación temporal de la cantidad de movimiento lineal $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, se satisface que:

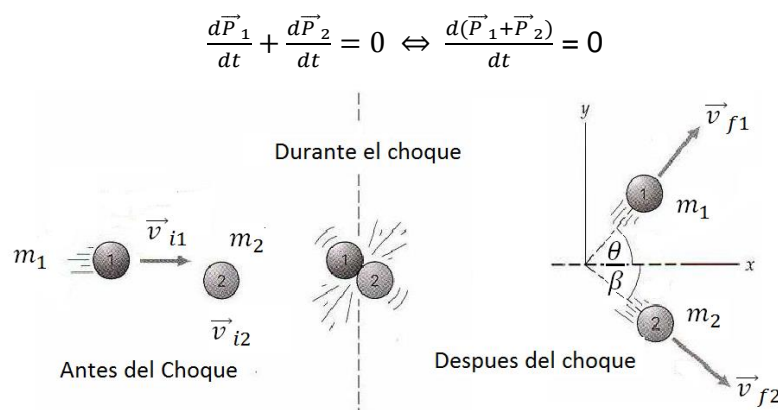


Figura 1-19: Colisión en dos dimensiones

La razón de cambio respecto al tiempo de la suma de las cantidades de movimiento individuales del cuerpo 1 y 2 es nula. Luego en el sistema de choque, la cantidad de movimiento se conserva, es decir, la cantidad de movimiento total, es la suma de $\vec{P}_1 + \vec{P}_2$ y $\frac{d\vec{P}_T}{dt} = 0$; en conclusión:

$$\Delta\vec{P}_T = 0 \quad \text{o} \quad \Delta\vec{P}_T = \vec{k}$$

Si \vec{P}_T es constante entonces el resultado es la conservación de la cantidad lineal de movimiento de un sistema, implicando con ello que la variación del momento es cero: $\Delta\vec{P}_T = 0$, o que la cantidad de movimiento inicial es igual a la cantidad de movimiento final, $\vec{P}_i = \vec{P}_f$.

Este resultado, junto con la conservación de la energía, permitió clasificar las colisiones en:

1. *Colisiones Inelásticas: son aquellas donde se conserva la cantidad de movimiento lineal pero no la energía cinética, y se caracterizan porque después del choque los cuerpos se separan.*

2. *Colisiones completamente inelásticas*: estas conservan la cantidad de movimiento, pero no la energía cinética, y se distinguen porque después del choque los cuerpos permanecen juntos.
3. *Colisiones elásticas*: en este tipo particular de colisiones, se conservan tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética, se determinan porque después del choque los cuerpos se separan.

Para las colisiones en dos dimensiones la cantidad de movimiento también se conserva, pero para esta situación se tienen en cuenta los ángulos θ y β que forman los cuerpos 1 y 2 después del choque con la horizontal.

Antes de la colisión se tiene:

$$m_1 \vec{v}_{i1} = m_1 \vec{v}_{f1} + m_2 \vec{v}_{f2}$$

Sustituyendo las velocidades por sus componentes horizontales, en la expresión anterior:

$$m_1 \vec{v}_{i1} = m_1 \vec{v}_{f1} \cos \theta + m_2 \vec{v}_{f2} \cos \beta$$

Y en el eje vertical:

$$m_1 \vec{v}_{i1} = m_1 \vec{v}_{f1} \sin \theta - m_2 \vec{v}_{f2} \sin \beta$$

Los resultados anteriores no se hubiesen podido estructurar bajo el esquema de pensamiento cartesiano, ni mucho menos como resultados que se derivan de sus reglas para la comunicación del movimiento. La conservación de la cantidad de movimiento se extiende también para el movimiento rotacional de un cuerpo alrededor de un punto, definiéndose de esta manera el concepto de cantidad de movimiento angular, del cual se analizan algunos casos y se deducen las ecuaciones que sustentan esta ley de conservación.

▪ La cantidad de movimiento angular y su conservación

Comprender el concepto de cantidad de movimiento angular y su conservación requiere introducir el concepto de momento de torsión, entendido como la tendencia a producir un cambio en el movimiento rotacional. La suma de todos los torques respecto a un punto O , es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento angular por unidad de tiempo, lo que explica la causa de la rotación.

Sea $\vec{\tau}_0$ el torque sobre un punto de rotación o , \vec{L} la cantidad de momentum angular; entonces la suma de todos los torques alrededor de dicho punto es la variación de \vec{L} en un tiempo t :

$$\sum \vec{\tau}_0 = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Si $\sum \vec{\tau}_0 = \vec{0}$, entonces \vec{L} debe ser constante dado que $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0}$.

Se sigue ahora, mediante ejemplos, una reconstrucción un poco detallada de este resultado anterior, la conservación de la cantidad de movimiento angular. Se define de manera general, la cantidad de movimiento respecto a un punto o , como el producto cruz entre el radio vector (\vec{r}) y la cantidad de movimiento lineal (\vec{p}) más, el producto entre el momento de inercia (I_0) por la velocidad angular ($\vec{\omega}$).

$$\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p} + I_0 \vec{\omega}$$

Véase la primera parte de esta igualdad, es decir la cantidad $\vec{r} \times \vec{p}$. Para ello supóngase una partícula de masa m que se desplaza linealmente con cierta velocidad \vec{v} , lo que de manera más precisa tiene asociada cierta cantidad de movimiento lineal \vec{p} . La cantidad de movimiento angular \vec{L}_0 asociado a esta partícula (ver Figura 1-20a) es un vector perpendicular al radio vector respecto a un sistema de referencia asociado y a la velocidad en la dirección $-\hat{k}$ por la regla de la mano derecha, siempre que se realice un desplazamiento ϕ angular de \vec{r} a \vec{p} . Esto es:

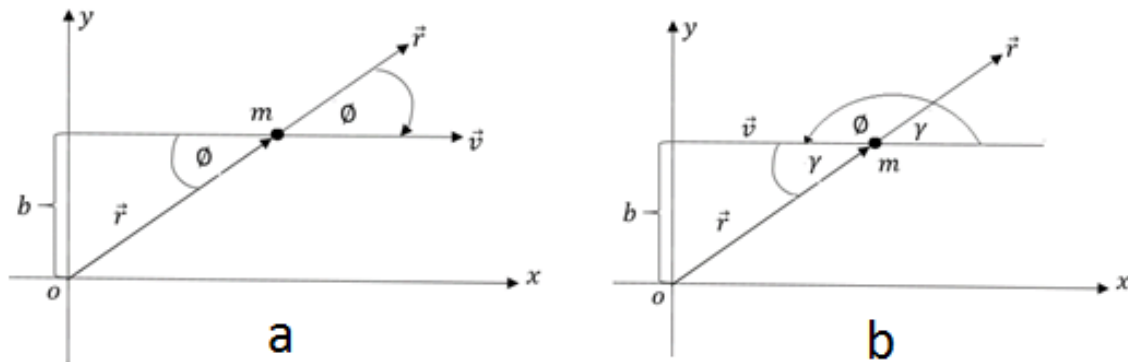


Figura 1-20 Geometría asociada a la definición del momento angular

$$\vec{L}_0 = rp \sin \phi \langle -\hat{k} \rangle$$

$$\sin \phi = \frac{b}{r} \Rightarrow b = r \sin \phi$$

En este caso b es el brazo de torsión, luego:

$$\vec{L}_0 = bp \langle -\hat{k} \rangle$$

$$\vec{L}_0 = b(mv) \langle -\hat{k} \rangle$$

Se considera el movimiento de la partícula en sentido contrario al anterior (Figura 1-20b) y, de manera análoga al proceso mismo de análisis se tiene:

$$\vec{L}_0 = rp \sin \phi \langle +\hat{k} \rangle$$

Dado que en esta situación $\phi + \gamma = 180^\circ$ entonces:

$$\sin \phi = \sin(180^\circ - \gamma)$$

Resolviendo la identidad: $\sin \phi = \sin 180^\circ \cos \gamma - \cos 180^\circ \sin \gamma$

Se concluye que: $\sin \phi = \sin \gamma$, por ser $\sin 180^\circ = 0$ y $\cos 180^\circ = -1$

Recapitulando:

$$\vec{L}_0 = rp \sin \gamma \langle +\hat{k} \rangle$$

Con base en la Figura 1-21b se tiene que:

$$\sin \gamma = \frac{b}{r} \Rightarrow b = r \sin \gamma$$

$$\vec{L}_0 = bp \langle +\hat{k} \rangle$$

$$\vec{L}_0 = b(mv) \langle +\hat{k} \rangle$$

De las dos situaciones anteriores se ha determinado de esta manera que la cantidad del movimiento angular es el producto cruz entre el brazo de torsión por la cantidad de movimiento de la partícula en ese instante. De la expresión inicial, $\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p} + I_0 \vec{\omega}$; se analiza la segunda parte $I_0 \vec{\omega}$. Para ello se considera un sistema de rotación respecto a un punto o (Figura 1-21) y $\vec{L}_0 = I_0 \vec{\omega}$.

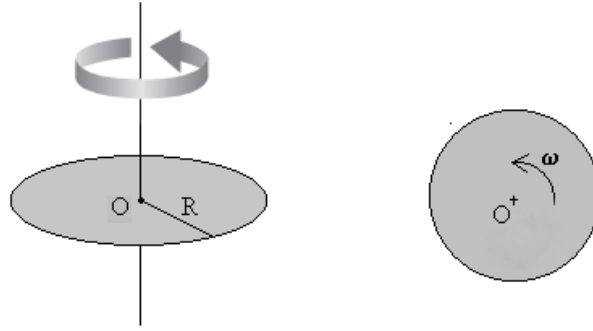


Figura 1-21: Movimiento rotacional de un cuerpo alrededor de un punto o

Sea el caso de una varilla rígida rotando alrededor de un punto o ubicado en su centro. Se presentan dos casos, que dependen del sentido de la rotación de modo que \vec{L}_0 toma la dirección de $+\hat{k}$ o $-\hat{k}$.

$$\vec{L}_0 = I_0 \vec{\omega} \langle +\hat{k} \rangle \text{ o } \vec{L}_0 = I_0 \vec{\omega} \langle -\hat{k} \rangle$$

Si dicho punto o es el centro de masa denotado cm , entonces la cantidad de movimiento angular se mide desde dicho punto y:

$$\vec{L}_0 = I_{cm} \vec{\omega} \langle \hat{k} \rangle$$

Para cualquier punto arbitrario de rotación y cualquier cuerpo, el cálculo del momento de inercia (que depende de la geometría del cuerpo), se calcula utilizando *el teorema de los ejes paralelos*, en cual el momento de inercia alrededor del punto de rotación es el momento de inercia respecto al centro de masa más el producto entre la masa por el cuadrado de la distancia entre el punto de giro y el centro de masa (d^2), lo que se representa como: $I_0 = I_{cm} + md^2$.

Si alrededor de dicho punto se cumple que el torque neto es cero, es válido afirmar entonces que la variación de la cantidad de movimiento angular es nula, por lo tanto la cantidad de movimiento angular inicial es igual a la cantidad de movimiento angular final; es decir, es una cantidad conservada. Lo que se había supuesto al inicio de este planteamiento:

$$\sum \vec{\tau}_0 = \vec{0}$$

$$\Delta \vec{L}_0 = 0$$

$$\vec{L}_{0_i} = \vec{L}_{0_f}$$

Por lo tanto la cantidad de movimiento angular se conserva bajo el hecho de que el torque neto sobre el sistema sea nulo. Así la cantidad de movimiento es una magnitud conservativa para un cuerpo que se desplace con una trayectoria lineal o curva y que independiente de las particularidades de caso, permanece invariante. A este hecho subyace una cantidad que comparte la propiedad de conservarse, llamada energía de movimiento.

2. Capítulo 2

2.1 Antecedentes históricos en la consolidación del principio de conservación de la energía.

La consolidación formal del principio de conservación de la energía se desarrolla entre 1830 y 1850, según Feynman dicho principio constituye un principio matemático que permanece constante ante los cambios de un fenómeno. Entender esto implica reconocer que la humanidad desde hace tiempo ha utilizado la energía y sus diversas formas de manera intuitiva, sin el manejo conceptual que en la actualidad se le da; como ejemplo, la consecución del fuego mediante frotamiento, otro ejemplo se encuentra en la navegación antigua, mediante la implementación del trirreme griego y el drakkar vikingo (Sierra C, 2012), dos embarcaciones que tenían la capacidad de alcanzar altas velocidades, y los remeros tenían una dieta que les proporcionaba buenas cantidades de energía, la cual era aprovechada mecánicamente para transferirla al movimiento de la embarcación. De esta manera se percibe un uso inconsciente de la energía y sus fuentes. Todo el trabajo físico del hombre trataba de ser lo más eficiente posible, implicando la optimización del recurso energético disponible.

Años más tarde en la agricultura feudalista, se origina el concepto de “*caballo de fuerza*”, ya que la domesticación del caballo para el arado estuvo acompañada de ciertos avances tecnológicos como la invención de la herradura y el arnés, permitiendo tener un mejor aprovechamiento de la fuerza de tracción del animal, y la rapidez de su desplazamiento como medio de transporte. Diferentes prácticas humanas beneficiadas por el uso doméstico de los animales incrementaron los niveles de producción, desencadenando más tarde la industrialización, caracterizada por el manejo de las ruedas hidráulicas (ver Figura 2-1) y las máquinas de vapor como nuevas fuentes energéticas.



Figura 2-1: Rueda hidráulica medieval

En el campo de la ingeniería son muchos los aportes que muestran el interés por el manejo práctico de la energía, especialmente se buscaba solucionar el problema de la transformación del movimiento de rotación en movimiento lineal. Problema que se resolvió con el uso de la leva, la biela, los molinos de viento y la manivela; inventos que permitieron convertir el movimiento rotatorio en movimiento alternativo (Sierra C, 2012). El hombre medieval comenzó a buscar nuevas formas de beneficiarse de la naturaleza mediante la explotación de recursos energéticos, para ello concentró su atención en el estudio y comprensión detallada de los fenómenos, preparando la llegada de nuevos adelantos tecnocientíficos, tales como cañones, escopetas, el propulsor de hélice de los barcos y la hélice del aeroplano entre otros. El resultado final fue el control parcial y encause de la energía para las actividades del hombre. Es curioso que en esta época no fueron muchos los aportes significativos para emplear la fuerza de atracción gravitacional como fuente de energía potencial. (White, 1990)

Es entre 1320 y 1329 cuando según White (1990) (citado por Sierra (2012)) surge una nueva teoría sobre la fuerza impulsora, una teoría de transición entre la aristotélica y la del movimiento inercial de Newton; según la concepción antigua, nada se movía a menos que fuera impulsado constantemente por una fuerza externa y según la nueva teoría física, las cosas se mantienen en movimiento por la acción de fuerzas impresas originada en ellas; implícitamente se hace alusión a la *“vis impresa”*. Fueron estas ideas las que impulsaron la invención del reloj mecánico,¹⁸ que por el mismo lapso de tiempo había impactado la mente de los hombres, logrando establecer doctrinas metafísicas que condicionarían la mente de futuros pensadores, incluyendo la de Descartes y Leibniz, cuya doctrina principal fue impartida por Nicole Oresme en la expresión *“todas las ruedas se mueven tan armoniosamente como es posible”*, expresando con ello que el Universo es un vasto reloj mecánico creado e impulsado por Dios, aspecto relevante en la conservación de la cantidad de movimiento de Descartes. Pero quizá el artefacto de mayor interés aquí es la máquina de vapor, no solo por lo que significó para la revolución industrial, sino por lo que permitió en el estudio de los efectos energéticos. Éste y otros hechos darán cuenta de la consolidación de la conservación de la energía.

¹⁸ Con la invención del reloj, vino el uso del resorte como fuente de energía potencial elástica.

2.2 Las máquinas de vapor

El estudio de las máquinas térmicas posibilitó los principios de la termodinámica, en relación con la conservación de la energía y a la disipación de la misma, ya que con estos principios se pusieron las bases que permitieron la manipulación de las máquinas térmicas como medios para realizar trabajos mecánicos por medio del calor. En este momento fueron cruciales las producciones realizadas por los ingenieros y técnicos de la época medieval e industrial.

Un precedente de las máquinas térmicas, tuvo lugar en la antigua Grecia, particularmente el diseño de un dispositivo conocido como Eolípila de *Herón de Alejandría* (Figura 2-2), en el que la salida del vapor de agua o aire calentado es capaz de provocar la rotación de un recipiente. Este prototipo fue conocido también como la turbina de vapor de reacción.

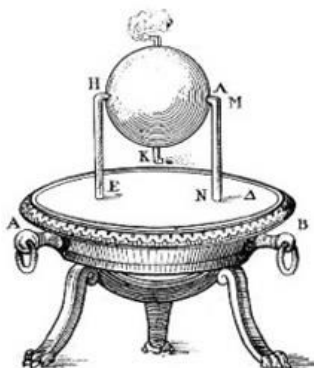


Figura 2-2: Eolípila de Herón de Alejandría

Una de las máquinas de vapor más importantes fue construida en España por Jerónimo de Ayanz Beaumont (1553-1613), donde utilizó el calor como fuente de energía, cuyo efecto sobre el agua producía vapor en una caldera esférica calentada por un horno de leña “*bola de fuego*”¹⁹, y las diferencias de presión que este ejercía se empleaban para elevar agua a determinadas alturas, entre otros usos. Figura 2-3.

¹⁹ Nombrado así por el mismo Ayanz, citado por Sierra (2012).

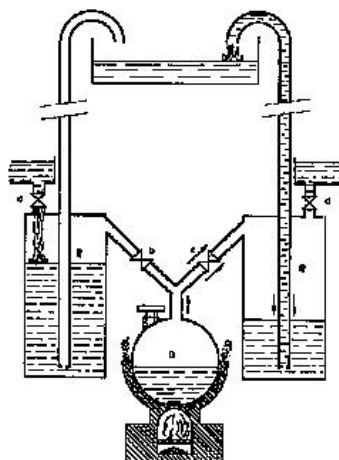


Figura 2-3: Bola de fuego recreada por García Tapia

Las mejoras realizadas a las máquinas de vapor permitieron el desarrollo conceptual de lo que definió John Smeaton ((1759) citado en Sierra (2012, pág. 72)²⁰) como *Trabajo y Potencia*; este último lo definió como “*el ejercicio de la fuerza física, gravitación, impulso, o presión, con vistas a producir movimiento, y por medio de dicha fuerza física, gravitación, impulso, o presión, combinados con ese movimiento, se posee, la capacidad de producir un efecto, y ningún efecto es tan propiamente mecánico como el que requiere la existencia de dicha potencia para producirse.*”²¹. La medida más exacta de la Potencia, según sus propias palabras, es el levantamiento de un peso en relación con una altura dada en un tiempo dado. Bajo las experimentaciones sobre el levantamiento de cuerpos, consideró las fuerzas de rozamiento debidas al aire y las de rozamiento entre las piezas mecánicas y estableció que la potencia perdida por tales razones era igual a la potencia inicial, potencia que incluía la potencia necesaria para levantar el cuerpo y las debidas al rozamiento del aire y de las piezas mecánicas. He aquí un esbozo primario de la conservación de la energía mecánica, alejado de las consideraciones metafísicas de su tiempo.

Thomas Samuel Kuhn en *La Conservación de la energía como ejemplo de un descubrimiento simultáneo* (1996), presenta una serie de elementos concluyentes sobre el fenómeno de la conservación entre 1830 y 1850. Distingue una serie de expresiones que mostraban la equivalencia entre trabajo y calor de manera independiente. Un punto relevante, es el *proceso de conversión de los fenómenos*, por ejemplo la transformación de

²⁰ Es considerado el padre de la ingeniería civil, por su aportantes trabajos con la rueda hidráulica y las máquinas de vapor.

²¹ En: *Philosophical Transactions*.

energía química en energía eléctrica, y ésta a su vez en calor, un fenómeno conocido a partir de la invención de la pila por Volta. Otros ejemplos, son: el efecto del campo magnético en el movimiento de las partículas cargadas eléctricamente; la transformación de calor en movimiento, utilizando las máquinas térmicas, y en sentido contrario mediante fricción, es decir la generación de calor, por fricción en las máquinas térmicas. La consideración de los fenómenos convertibles unos en otros constituye un argumento acertado a la hora de pensar en la energía como una cantidad conservada para un sistema de cuerpos aislados, pues la exploración conceptual y práctica de diferentes fenómenos, como el movimiento, el calor, la electricidad, el magnetismo y la luz hacía parte del funcionamiento de alguna clase de fuerza natural, los cuales se conectaban unas con otras mediante procesos de transformación o convertibilidad de los fenómenos bajo circunstancias bastante específicas. Por lo que el descubrimiento de la convertibilidad pasó a ser un enlace transversal de los fenómenos de la naturaleza, en los cuales se identificó más su convertibilidad de un fenómeno en otros cada vez que se pensaban en términos de la energía, manteniendo constante la cantidad aunque no su “calidad”. En cada caso y ejemplo citado, es la energía la cantidad conservativa que unifica en la forma de entender y abordar el estudio científico del comportamiento de los fenómenos.

Esto es la naturaleza en acción, revelando ante la mente pensante de los hombres la existencia de la cantidad de energía presente en el universo, de manera constante bajo diferentes manifestaciones de la misma; así pues, en el marco de la mirada energética se trata de un mismo fenómeno. Atendiendo a dicha convertibilidad (aspecto fundamentado en la conservación de la “*vis viva*”), cabe notar la no transformación completa de unas en otras, pues no todas las conversiones son de carácter reversible, como lo deja claro la imposibilidad del movimiento perpetuo, asunto del cual se trató anteriormente en la sección 1.2. La conservación de la energía aún no había sido notada por los científicos de la época a pesar de conocer la imposibilidad del movimiento continuo donde se conocían varias clases de energía. Bajo las diferentes transformaciones de la energía, existe la imposibilidad de destruir las causas de los efectos (indestructibilidad de los fenómenos), en caso contrario, es necesario revisar los restos de la “*vis viva*” en los efectos producidos, con esto último la idea de conservación sería más clara.

Un evento final, importante en la historia y epistemología de la conservación de la energía, se unifica con la demostración del equivalente mecánico, presentado en su primera versión

formal por Mayer y posteriormente por Joule²². Dichas equivalencias, tuvieron lugar en un ámbito donde se reconocía la indestructibilidad del calor y la noción atomista de la materia. Hechos que se hacen necesarios en la recontextualización de saberes y que contribuyen a mostrar el principio de conservación de la energía como elemento unificador de los fenómenos físicos.

Hasta aquí algunos antecedentes relevantes y primeros indicios de la teoría acerca de la conservación de la energía. Se analizan a continuación diferentes aportes teóricos que propulsaron la consolidación del principio como una ley general de la naturaleza. No es fácil generar una única ruta de surgimiento de la energía como cantidad conservativa, debido a las diversas formas en que se abordó, pero a pesar de ello sus principales características como la transformación, la degradación, la transferencia y la conservación son una constante en la construcción y formalización de la teoría energética de las ciencias.

2.3 La teoría del calórico

Las primeras concepciones sobre el calor, tuvieron lugar por medio del fuego, uno de los cuatro elementos aristotélicos que permitió la comprensión y descripción de ciertos fenómenos relacionados con los cuerpos calientes. Al respecto, son los atomistas griegos quienes bajo el término *intensidad o grado de calor* comprendieron por qué ciertos cuerpos presentaban diferencias de temperatura. En este campo visual, el calor tiene, al igual que otras sustancias, una estructura atómica que se difunde entre los cuerpos de un modo no perceptible directamente. La teoría del *calórico*, llamado así por Lavoisier en 1787, fue un modelo conceptual que explicaba “satisfactoriamente” los fenómenos del calor en su tiempo, por ejemplo, el equilibrio térmico, teoría que llegó a su final con los experimentos de Joule (Sepúlveda A. , 2012, pág. 190).

Sepúlveda en *Los conceptos de la física* (2012), ofrece una descripción sobre la teoría del calórico y a modo de síntesis señala lo siguiente: El calórico fue una teoría de análisis cualitativo cuyo objeto de estudio fue asumido como una sustancia material, sutil e indestructible, formada por “átomos” que fluían de un cuerpo a otro, penetrando en ellos cuando se calentaban y, escapando cuando se enfriaban, posibilitando el equilibrio térmico

²² Se cree que ambos, desconocían los trabajos de cada uno. Lo que constituyen un ejemplo de desciframiento simultáneo, referido al teorema del trabajo y la energía.

entre los cuerpos. El calórico se presentaba como un fluido elástico en estado “*sensible*” (el calórico es una especie de atmosfera que rodea al cuerpo, hoy se puede describir como la energía cinética de las partículas que componen un cuerpo) o como fluido en estado “*latente*” (el calórico se presenta combinado con las partículas materiales análogo a las uniones químicas, hoy se puede describir como la energía potencial de las partículas en relación a las distancias entre ellas). Por lo anterior, el calórico asumió una connotación de elemento químico (principio calorífico) el cual se asemejaba a la teoría del *flogisto* conocido también como el principio de inflamabilidad de los cuerpos (teoría que se menciona en la parte de conservación de la masa de Lavoisier sección 2.4).

Con la teoría del calórico el escocés Joseph Black (1728-1799) (Figura 2-4), estableció una de las bases fundamentales de la calorimetría; inició sus experimentos sobre transferencia de calor, con mezclas de cuerpos a distintas temperaturas, llegando a establecer el principio de conservación del calórico. Lo anterior, fue sintetizado en la ecuación siguiente:

$$Q = c m \Delta T$$

Donde Q es la cantidad de calor, ΔT la diferencia de temperatura y c la capacidad calorífica y m la cantidad de masa presente.



Figura 2-4: Joseph Black (1728-1799)

A mediados del siglo XVIII se inician una serie de experimentos con mezclas entre cuerpos a diferentes temperaturas, en los que se observó repetidamente que el calor permanecía constante, siempre que el sistema estuviese aislado. Si se toma un cuerpo de metal caliente A y se introduce en cierta cantidad de agua fría B quedando en contacto térmico con este, la transferencia de calor no da espera debido a la diferencia de temperatura, proceso que

cesa con el equilibrio térmico. En este caso el calor ganado por B es igual al cedido por A, sin que se presenten cambios físicos o químicos en los cuerpos. La variación de calor de la muestra está dada por $\Delta Q = c m \Delta T$ y la conservación de calor como:

$$\Delta Q_A + \Delta Q_B = 0$$

Desde el punto de vista del calórico, una cierta cantidad de materia de algún cuerpo a cierta temperatura posee una cantidad precisa de calórico en estado “*sensible*” y una cierta capacidad para almacenarlo, de la cual depende la cantidad de calórico que necesita el cuerpo para aumentar su temperatura un grado. Por otra parte, la cantidad de calórico presente en las intermediaciones de una sustancia, determina su estado: sólido, líquido o gaseoso. El estado “*latente*” del calórico, se puede explicar hoy como la cantidad de energía calórica necesaria para que una sustancia cambie de estado. Black denominó estos puntos como “*calor latente de fusión y calor latente de vaporización*”.

La teoría del calórico comenzó a ser abandonada por presentar inconsistencias en los argumentos de quienes la defendieron; una consideración importante planteada por Black, es que el calórico como sustancia material invisible, imponderable e inaccesible a la medida, debía tener cierto peso asociado; pero los trabajos de Lavoisier demostraron que el calórico no tenía masa, resultado que se contrapone a las afirmaciones de Black. Estas ideas dejaron de ser útiles después de las consideraciones experimentales de Rumford²³ y de los trabajos de Joule sobre el equivalente mecánico. Estas labores sentaron las bases del calor como movimiento, dando inicio a la teoría cinética del calor, añadido a la hipótesis corpuscular de la materia, aspecto que estaba en pleno desarrollo.

Otro argumento de peso, en contra de la teoría del calórico, se llevó a cabo en el siglo XVIII, donde era bien conocido que el calor se podía transferir en forma de radiación y conducción. En este sentido las partículas constituyentes del calórico no podrían adoptar simultáneamente cualidades ondulatorias y corpusculares como las de la luz. Finalmente el calórico no posee las características expuestas de sustancia, sutil e imponderable, es sólo una de las diferentes formas de manifestación de la energía, estatus que fue asumido gracias a la teoría ondulatoria de la luz, pues el calor radiante tiene un comportamiento análogo al de la luz, entre otros argumentos de peso. Dentro de los legados más

²³ Al perforar un tubo para cañones se producía una cantidad considerable de calor, hecho que la teoría del calórico no pudo dar cuenta. Como el calórico se conserva, la cantidad de calor desprendida de la perforación no puede ser mayor a la contenida por el tubo, punto que entra en contradicción con la hipótesis de la conservación y, que cuestiona la sustancialidad del calórico.

importantes para la teoría moderna de la termodinámica, deducida del calórico, están los conceptos de temperatura, calor específico y calor latente de los cuerpos.

2.4 Conservación de la masa

Una consecuencia que nace como resultado del análisis hecho al estudio de las reacciones químicas, es la conservación de la masa, base fundamental de las ciencias y en particular de la química moderna; plantea que la cantidad total de masa contenida en una región, permanece constante. Una de las primeras nociones sobre este hecho, se remonta al trabajo realizado por Lucrecio en su obra *De Rerum Natura*, donde partiendo de la concepción filosófica griega de Leucipo, Demócrito y Epicuro, dice: “*las cosas no pueden surgir de la nada, y, si han surgido, no pueden volver a la nada*”. Según interpretaciones de Holton (1976) sobre lo dicho por Lucrecio, él se está refiriendo a que todo lo que existe tuvo una presencia en el pasado, presente y futuro, a pesar de los cambios de formas y apariencias. He aquí la primera formulación de la conservación de la masa, como un principio puramente filosófico y no científico como lo será para Lavoisier.

La idea de la constancia o permanencia de la masa es una forma de indestructibilidad presente en los elementos de la materia, trae implícitamente la idea de que la materia no se puede crear; así, la masa cósmica total es la suma de todas las masas atómicas presentes en el universo. El desarrollo de estas ideas tiene un vínculo directo con la forma de percibir el mundo en relación con el Ser. Los eleáticos pensaban que el Ser existe, porque no hay una negación de su existencia, por lo que su permanencia es constante y eterna, en esta misma línea de pensamiento los atomistas, dotaron a los pequeños cuerpos materiales de unidad e inmutabilidad en un sentido absoluto.

La idea final de la conservación de la masa, tuvo como base primera, la noción de sistema *aislado o cerrado de Newton*; bajo este precepto se delimitó la región de estudio en la química, consideración que no hubiese sido posible con la antigua forma de delimitar los espacios de observación donde la cosmovisión griega, que a diferencia de las nominaciones actuales, consideraba el Universo como un todo íntegro y unificado, así, un elemento de este gran sistema se comporta en relación con la existencia del resto de los elementos del conjunto, imposibilitando considerar los fenómenos como “independientes”.

Un segundo concepto fundamental, fue el de *cantidad de materia*²⁴, a lo que Newton llamó *cuerpo o masa* expresado como el producto entre la densidad y el volumen. El tercer factor, es la consideración de que la cantidad de materia en un sistema aislado no cambia al experimentar transformaciones químicas; un último elemento no menos importante es la utilización de algunos elementos de la teoría del calórico, para la explicación de fenómenos térmicos. Se presenta a continuación el desarrollo implícito de estos tres elementos en la teoría de Lavoisier sobre la conservación de la masa.



Figura 2-5: Antonio Laurent Lavoisier (1743-1794)

El químico francés Lavoisier (Figura 2-5), considerado el padre de la química moderna, tuvo como principal ocupación el derecho y su interés por la ciencia lo amplió en tiempos de ocio, pero con gran interés por desarrollar experimentos con mediciones detalladas e investigaciones profundas. Sus trabajos en este aspecto tuvieron gran impacto en la química francesa y de gran parte de Europa, de tal modo que fue miembro de la Academia de Ciencias de su país.

En tiempos de Lavoisier se creía en la transmutación de los cuatro elementos aristotélicos; aire, agua, tierra y fuego. La idea de que el agua podía ser convertida en tierra, a partir de sucesivas destilaciones, parecía tener cierta aceptación ya que al calentar el agua durante muchos días en un recipiente cristalino se formaba un depósito sólido que parecía ser “tierra”. Los trabajos experimentales de Lavoisier sobre estas ideas, fundaron el camino para derrocarlas; en este punto realizó lo siguiente: *“Durante más de cien días hirvió cierta cantidad de agua en un aparato que condensaba el vapor y lo devolvía al matraz, de manera*

²⁴ La concepción diferenciada entre masa y materia implicó un proceso de evolución mental en los científicos de distintas épocas. Se toma como referente las nociones planteadas por Newton en los Principia, donde la noción de masa está inmerso en la ley de inercia.

que en el curso del experimento no se perdía sustancia alguna. Y, por supuesto, no olvidó la medida. Pesó el agua y el recipiente, antes y después del largo período de ebullición. El sedimento sí apareció, pero el agua no cambió de peso durante la ebullición. De forma que el sedimento no pudo haberse formado a partir del agua. Sin embargo, el recipiente, una vez extraído el sedimento resultó que había perdido peso, una pérdida que era justamente el peso del sedimento. En otras palabras, el sedimento no era agua convertida en tierra, sino material del vidrio atacado por el agua caliente y precipitado en fragmentos sólidos” (Asimov, Breve historia de la química, 2003).

Con éste y otros experimentos, dejó claro la necesidad de realizar mediciones precisas y emplear instrumentos más exactos, con ello también sugirió abandonar ciertas aseveraciones basadas en observaciones directas. Por otro lado establecidas las bases de la mecánica clásica de Newton en los *Principia*, Lavoisier enterado de ellas, particularmente de la noción de sistema aislado, emprendió una serie de trabajos, que mostrarían el papel desempeñado por el aire en las reacciones de combustión. Allí observó que al quemar azufre o fósforo, éstos ganaban peso en vez de disminuir (siempre que no se tomara en cuenta la humedad del aire). Dicho aumento se debía a la cantidad de aire que se fija durante el proceso de combustión y que se combina con los gases desprendidos. Este mismo resultado se obtuvo en procesos de calcinación y se dio cuenta de que se debía a la misma causa. Causa que se hubiese argumentado con la teoría de que la sustancia (aire) que proporcionaba el peso de más se debía a la existencia de un fluido invisible llamado *flogisto*.

Es en los estudios de Lavoisier donde se deduce que: *“la combustión de la materia, es, generalmente, oxidación, es decir: La combinación de la sustancia con aquella parte del aire ambiente a la que dio nombre de oxígeno; y que, por lo tanto, el gas tomado de la atmósfera, debía tenerse en el cálculo global”* (Holton, 1976, pág. 334). Ya en *Traité Élémentaire* (“Elementos de química”), Lavoisier dio respuesta experimental a hechos como que al introducir en una botella cerrada cierta cantidad de aire y un trozo de madera y, al enfocar los rayos del Sol sobre ésta hasta que arda (transformación de la materia por combustión), las cenizas y los gases remanecientes pesan la misma cantidad que los componentes originales del sistema. Lo que muestra, la intención de Lavoisier en retener su atención experimental en el estado inicial y el estado final de sistema, elemento clave en el estudio de las leyes de conservación.

Las consideraciones anteriores le permitieron concluir que *“nada es creado, la misma cantidad de materia existe antes y después del experimento. Todo el arte de hacer experimentos en química depende de este principio”* (Lozano, 2000). Las observaciones experimentales de Lavoisier, establecen la conservación de la masa en sistemas cerrados. El sistema cerrado es aquel conjunto de sustancias que reaccionan químicamente sin la salida y entrada de materia, a pesar de los cambios de forma, volumen, temperatura y posición. Esta noción debe ampliarse, para considerar los casos en que los objetos de la reacción radian luz o calor, ya que esto implica pérdida de masa, así, la conservación de la masa en un sistema cerrado es válida para aquel sistema donde no haya intercambio de material o de radiación con el exterior.

Las conclusiones anteriores no fueron tarea fácil para Lavoisier y otros químicos de la época como Black, Scheele y Priestley. Mediante técnicas de pesado exacto o gravimétricas, Lavoisier ejecutó sus experimentos los cuales iban en contra de la teoría del cambio químico, la cual suponía la existencia de un fluido imponderable conocido como el *flogisto* tomado como el principio de la flama o fuego: en este contexto el flogisto del (griego phlogiston, *phlo= llama*) es *“lo que se va”* durante la combustión en una reacción química, mediante la quema de un compuesto existe algo que se va (Lacaille, 1994).

Sus estudios sobre los cambios químicos en sistemas cerrados, demostraron que algunos metales cuando se calientan en presencia del aire forman “minerales” que pesan más que el metal original, y que parte de este aire es empleado en dicho proceso, punto que se sustentaba con la supuesta presencia de *flogisto* en el proceso de calcinación. También demostró el proceso contrario, donde al calentar el “mineral” con una temperatura mayor se podía obtener el metal original y la cantidad de aire utilizado. Con ello descubrió la constitución del aire, la naturaleza de la combustión y la invalidez de la teoría del *flogisto* (Arons, 1970). Además fundó la base que demarcaría toda actividad científica: que la masa es una cantidad que permanece constante, es decir, que se conserva.

Hasta ahora se ha analizado la conservación de la cantidad de movimiento lineal y angular y la conservación de la masa como principios independientes uno del otro, pero que guardan una estrecha relación con la conservación de la energía, además de constituir las cantidades invariantes de la naturaleza. Aspecto que toma otro rumbo con un nuevo concepto, la conservación de la energía, que se unificará con la masa en la relatividad de Einstein conocido como: el principio de conservación de la *“masa-energía”*, esta nueva

interpretación implica un significado diferente bajo otras perspectivas espacio temporales. Pero para ello se revisa primero los aportes realizados por Carnot padre e hijo sobre el calor.

2.5 Lazare Nicolás Marguerite Carnot



Figura 2-6: Lazare Nicolás Marguerite Carnot (1753-1823)

Lazare Carnot (Figura 2-6) padre de Sadi Carnot, realizó un significativo aporte de mecanismos no tan idealizados, sobre el papel de fuerzas disipativas en las máquinas térmicas debido a las colisiones entre sus partes; observó que una fuerza motriz y un agente externo a la máquina, producen un cambio en el sistema, de modo que el trabajo realizado por dicha fuerza externa, es igual a la mitad del incremento de la suma de las fuerzas vivas en los mismos intervalos de tiempo de acción.

Es importante hacer notar que la “fuerza viva” en el modo de pensamiento de Lazare es entendida como el doble de la energía cinética ($2mv^2$) a diferencia de otras interpretaciones, y, retomando los trabajos de Smeaton en hidráulica, Lazare establece una analogía entre estos trabajos con los fenómenos térmicos, y junto con las nuevas concepciones de la conservación de la energía, plantea que: “(...) en cada intervalo de tiempo, la energía cinética final es igual al trabajo realizado menos la energía cinética inicial y menos la energía cinética del sistema” (Sierra C, 2012). De este modo el papel de las máquinas no es realizar trabajo sino transformar la energía²⁵; el problema fundamental de

²⁵ Colioris, fue también un convencido de esta idea transformacional.

las máquinas, era aprovechar al máximo y de manera eficiente el trabajo realizado por alguna fuerza motriz. Lagrange, por su parte, veía en dichas fuentes una cantidad de “vis viva” originada, que se perdía bajo la acción de las máquinas.

Lazare tuvo como referente un hecho conocido ya en su época: que existía una disminución de las fuerzas vivas. Se resalta que también fijó su interés en el caso de las colisiones inelásticas, lo cual dijo: *“en el choque de cuerpos duros (inelásticos), la suma de las fuerzas vivas antes del impacto es siempre igual a la suma de las fuerzas vivas después del impacto y a la suma de las fuerzas vivas que tendría cada uno de los cuerpos si se moviera libremente con la velocidad que perdió en el impacto”* (Dugas, 1988). En 1783 presentó una idea para el rendimiento máximo (100%) de una máquina, donde el agente motor (fuerza viva) debía mantenerse en la máquina sin choques ni golpeteos, proporcionando toda su fuerza viva, sin pérdida alguna, posibilitando teóricamente un movimiento perpetuo.

En el mismo año, demostró que el valor del momento de acción (trabajo) se determina multiplicando la fuerza por el desplazamiento y el coseno del ángulo entre ellos, para el caso en que la fuerza no coincide con la dirección del movimiento (Brodianski, 1989). Lo que en términos actuales se presenta como:

$$W = F \Delta x \cos \theta$$

A pesar de que las reflexiones de Lazare manejaban el concepto de trabajo mecánico, no desarrolló su equivalencia con la energía de manera rigurosa, pero dejó el antecedente necesario para que su hijo Sadi sentara un precedente mayor ante el papel del calor en los proceso termodinámico, asunto que se desarrolla en la sección siguiente.

2.6 Sadi Carnot y la potencia motriz del fuego



Figura 2-7: Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832)

Sadi Carnot (Figura 2-7) inicialmente establece una teoría sobre el comportamiento de calor y dedica sus investigaciones a establecer un equivalente mecánico con el trabajo, punto sobre el cual sentó las bases para dicha correspondencia. El trabajo que sintetizó en *Reflexiones Sobre la Potencia Motriz del Fuego y Sobre las Máquinas Aptas Para Desarrollar esta Potencia*, tiene como principal objetivo buscar la mejor eficiencia de las máquinas de vapor. En tales reflexiones se describen, de manera implícita las bases fundamentales de la termodinámica actual. Carnot, basa su trabajo en las máquinas térmicas como elementos transformadores de calor en “*potencia motriz*”, expresión designada para hacer referencia “*al efecto útil que un motor es capaz de producir*” (Carnot, 1878). Como base esencial, Sadi ve en el calor un agente motor capaz de realizar trabajo, representado en el movimiento de alguna clase de máquina, o de algún fenómeno natural. Dicho análisis no centró su atención en la naturaleza misma del calor y sus implicaciones químicas o fisiológicas en los cuerpos. Deduce que la generación de cualquier “*potencia motriz*” se debe a la existencia de una diferencia de temperaturas entre cuerpos, sin importar qué tan pequeña sea ésta. Dicho de otro modo, sin la disposición de un cuerpo caliente y un cuerpo frío, puestos en contacto térmico, no se puede generar movimiento o potencia motriz.

Como uno de los primeros aciertos de la teoría de Carnot, se tiene que la cantidad de trabajo depende únicamente de la diferencia de temperatura (ΔT) entre la parte más caliente de la máquina de vapor y la más fría. Si la máquina entera estuviese a una misma temperatura, no produciría trabajo, por mucho calor que acumulara (Asimov, 2004). Bajo estos hallazgos

permanece una constante pregunta de Carnot acerca de los límites de la potencia motriz del calor, a sabiendas de que cualquier mejora de una máquina de vapor también tiene un límite no superable por las mismas causas naturales. En caso contrario, se pregunta por la posibilidad de realizar mejoras infinitas a una máquina térmica.

2.6.1 Elementos fundantes del pensamiento de Sadi Carnot

Las diferentes deliberaciones llevadas a cabo por el francés Sadi Carnot sobre la potencia motriz de fuego y la máquinas térmicas, tienen como base los aportes de Black, Lazare y otros. Se exponen a continuación algunas de ellas, con su contexto histórico, cultural y social. En el siglo XVII y XVIII la ciencia del calor era ya un tema de interés de diversos científicos, químicos y médicos de la época, quienes habían establecido a modo de axioma la conservación del calor en cuestiones bastante empíricas. Este hecho resulta de gran interés para comprender los orígenes de la conservación de la energía y vislumbrar el calor como una forma de energía y su equivalente mecánico; además, permite dar argumentos de peso sobre la teoría del calórico y las dificultades que éste presentó frente a ciertas cantidades conservadas en la naturaleza.

En tiempos de Sadi Carnot, el papel del calor era analizado desde otros campos del saber, como la climatología, la geografía y la geofísica. Los investigadores de estas ciencias vieron conscientemente en diversos fenómenos naturales (como la variación del clima, el viento, las corrientes oceánicas, el calentamiento y enfriamiento del aire, la evaporización y condensación de al agua entre otros) que la única causa original de los fenómenos es el calor; calor, considerado como una fuerza motriz presente en toda la naturaleza, productor de movimiento y factor que transversaliza a todos los fenómenos. Con estos trabajos no es extraño que en épocas de Mayer y Joule, se pensara que la energía era una magnitud presente en todos los fenómenos de interés científico.

2.6.2 Un motor perfecto

Un motor térmico perfecto puede reducirse a elementos muy básicos tales como un cilindro, un pistón, un cuerpo caliente (fuente de calor) y otro frío (condensador). Con el fin de obtener máximo rendimiento, la sustancia que alimenta el cilindro (gas o vapor) no puede entrar en contacto térmico con otro cuerpo, para que no haya pérdida de calor. Para ello la máquina debe funcionar como sigue: cualquier cambio de temperatura y no de presión, debe ser provocado por la sustancia activa del cilindro, mediante sucesivos procesos de

expansión y compresión. En primer lugar, la sustancia comprimida a una presión alta, comienza a dilatarse de modo que empuja el pistón y extrae el calor del cuerpo caliente con el que el cilindro ha mantenido contacto, el cual a su vez se va alejando del cuerpo caliente dada la dilatación adiabática de la sustancia (en este proceso no hay intercambio de calor con el ambiente), hasta que su temperatura, disminuye y se iguala a la del cuerpo frío. Mientras el cilindro está en contacto con el cuerpo frío, se comprime la sustancia, expulsando de esta manera la cantidad de calórico absorbido anteriormente. Se separa el cuerpo frío del cilindro, mientras continúa la compresión, la cual produce un recalentamiento adiabático de la sustancia. Cuando la sustancia, adquiere las condiciones de volumen, temperatura y presión inicial, cesa el proceso, lográndose de esta manera la realización de un trabajo externo mediante un proceso de transferencia de calor. Si se quieren considerar las condiciones ideales para que la máquina funcione de manera perpetua, el proceso anterior debe llevarse a cabo de manera reversible, es decir, retomando la anterior explicación desde las condiciones finales hasta las iniciales.

Si en alguna parte del proceso se produce calor inútil²⁶, entonces no se podría hablar de reversibilidad; así pues, esto sólo se logra con el mejor rendimiento posible, lo cual daría lugar (en términos teóricos) a la realización de la máquina perpetua. Hecho que no es posible debido a que el calor que fluye de los cuerpos calientes a los fríos hace imposible obtener la máxima cantidad de trabajo a partir de una determinada cantidad de calor inicial, dado que en algún punto de la máquina siempre se genera un calor infructífero o inútil.

La pregunta fundamental de Carnot se puede resumir de esta manera: *¿Cuál es el máximo beneficio que se puede obtener de una máquina térmica?* Por beneficio de una máquina, se entiende la cantidad de trabajo mecánico que se puede realizar a partir de una determinada cantidad de combustible, lo que está relacionado con el concepto de rendimiento, técnicamente se refiere a la eficiencia (Holton, 1976). Con base en la teoría del calórico, Carnot supuso que el flujo de calor que va de un cuerpo caliente a uno frío se puede utilizar para realizar trabajo, pero a pesar de este supuesto, no se percató de que precisamente es el calor el que se transforma en trabajo. Posteriormente y contrario a sus hipótesis, pudo darse cuenta de la existencia de un valor máximo para el beneficio, o lo que es equivalente, de un valor máximo de trabajo que se puede obtener del calor en una

²⁶ Con calor inútil, se hace referencia a la cantidad de calor producida que no se transforma en trabajo, o que no es aprovechada para realizar algún beneficio.

máquina. Carnot, también pudo concluir que en el proceso de equilibrio térmico, debido a una previa diferencia de temperaturas, existe una “pérdida” de calor, que imposibilita su reutilización para realizar trabajo mecánico: *“Allí donde hay destrucción de potencia motriz, existe simultáneamente la producción del calor, en una cantidad precisamente proporcional a la cantidad de potencia motriz destruida. Recíprocamente, allí donde hay destrucción de calor, hay producción de potencia motriz”*. Sin duda el científico francés, estaba frente a frente con el fenómeno de la disipación de la energía, y la conversión de la misma en formas menos utilizables (degradación).

2.6.3 El calor como generador de movimiento

Una nueva concepción de calor le permite redefinir a Sadi Carnot el calor como resultado del movimiento vibratorio de las partículas (*vis viva molecular*). Una conclusión parecida fue llevada a cabo por Benjamin Thompson (el conde de Rumford) al realizar una teoría sobre el origen del calor con experimentos en taladros de cañones, de donde concluyó que el calor no es un fluido sino una especie de movimiento a nivel micro.

Entender esta idea no fue tarea fácil. En primer lugar, Carnot propone, según sus observaciones en las máquinas de vapor o las de fuego, que para que haya movimiento debe existir una diferencia de temperaturas (ΔT) entre dos cuerpos o sustancias distintas, como ya se ha mencionado. En segundo lugar, que el calórico fluye del cuerpo más caliente al más frío y nunca en sentido contrario hasta lograrse un equilibrio térmico. Solo bajo estas condiciones es posible producir la potencia motriz.

Dado que la diferencia de temperaturas entre cuerpos genera necesariamente una diferencia de forma y por ende de volumen, así sea en términos infinitesimales, Carnot también asoció la generación de potencia motriz, a las variaciones en el volumen por dilatación o compresión de alguna clase de sustancia. Con ello, el calórico puede fluir de un cuerpo a otro, con una magnitud directamente proporcional a ΔT ; así la potencia motriz es generada por el cambio de volumen de la sustancia que trabaja.

A continuación se recrean una serie de procesos aplicados a una máquina térmica de Carnot, donde se intenta demostrar ciertos hallazgos sobre el calórico, tales como el hecho de que la potencia motriz del calor no depende del agente que interviene para realizarla, sino que sólo depende de la temperatura, dando lugar al transporte del calórico. Añadido a

esto, también se muestra que los cambios de volumen están determinados por el flujo del calórico de los cuerpos de alta temperatura a los de baja temperatura.

Considérese un fluido elástico como el aire (medio de transporte del calórico al igual que el vapor de agua) contenido en un recipiente cilíndrico delimitado por los extremos *abcd* (ver Figura 2-8). La línea *cd* demarca el pistón, y A, B son cuerpos con temperaturas constantes con $T_A > T_B$, con una diferencia ligeramente imperceptible, es decir las temperaturas son casi iguales, dicha diferencia solo se percibe a través de un aparato de medida de alta sensibilidad.

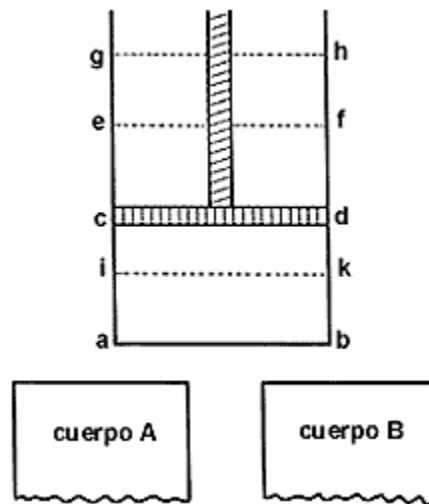


Figura 2-8: Diagrama de la Máquina de Carnot (según Carnot)

Operaciones

1. Se pone el cuerpo A en contacto con el recipiente y el fluido marca el nivel *cd*, produciendo una transferencia del calórico $T_A = T_{\text{aire}}$.
2. Después del contacto con A, el pistón se eleva con velocidad constante hasta el nivel *ef* sin variar su temperatura debido al suministro constante de calórico de A. Esto implica que la presión disminuyó y el volumen aumentó (proceso isotérmico).
3. Se retira el cuerpo A, y el pistón se eleva al nivel *gh*. La temperatura disminuye hasta que la $T_{\text{aire}} = T_B$. En este nivel, a pesar de no haber transferencia del calórico, el aire se enrarece por expansión.
4. Se pone el cuerpo B en contacto con el recipiente y el aire se comprime pasando del nivel *gh* al *cd*; la T_{aire} es constante, pero disminuye el volumen y aumenta la presión, de modo que el recipiente cede calor a B.
5. Se retira el cuerpo B, el aire pasa del nivel *cd* al *ik*, de modo que el aire se sigue comprimiendo, provocando ahora un aumento de la temperatura hasta que la $T_{\text{aire}} = T_A$.

6. El cuerpo A entra en contacto con el aire, el pistón pasa del nivel anterior a ef, en este punto el aire se ha expandido a temperatura constante, aumentando el volumen y disminuyendo la presión.
7. Se repite el proceso 3 y luego 4, 5, 6, 3, 4, 5, 6, 3, 4, 5, 6 (...) Estos procesos son constantes y reversibles.

Con el diseño de estas máquinas, Carnot establece razones y proposiciones para generar potencia motriz, efecto comparable con el levantamiento de un peso a cierta altura, mediante el transporte del calórico a través de cualquier sustancia. Respecto a la transferencia, a modo de proposición establece que cuando se tiene un gas a temperatura constante, éste experimenta una variación en el volumen por un cambio de presión; la cantidad de calórico absorbido o desprendido permanece constante en proporción, sin importar la naturaleza del fluido. Ahora, si el fluido varía de volumen a temperatura estable, la cantidad de calórico cedido o absorbido por el fluido, está en progresión aritmética siempre que la variación del volumen esté en progresión geométrica.

El ciclo anterior, llamado hoy en día ciclo de Carnot se puede representar mediante un diagrama Presión-Volumen (PV), el cual fue realizado posteriormente por Emile Clapeyron y Rudolf Clausius (Figura 2-9):

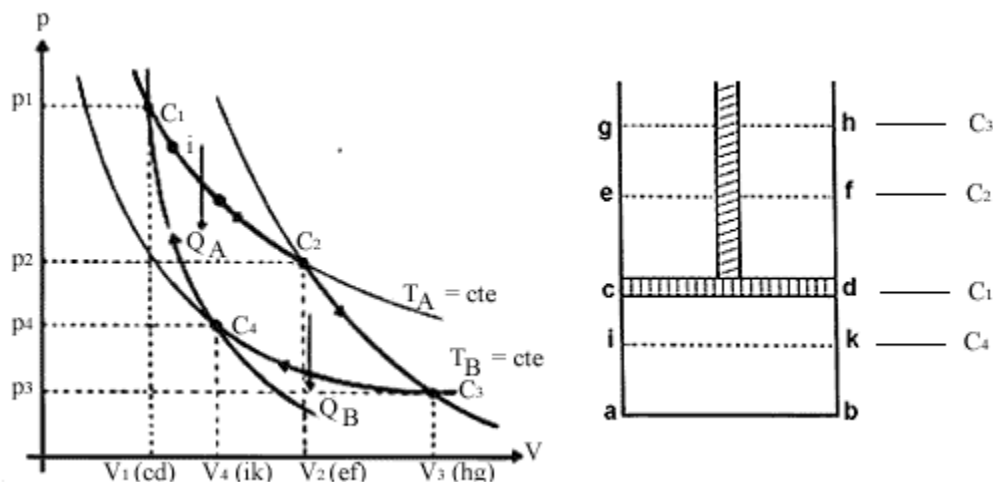


Figura 2-9: Representación geométrica del ciclo de Carnot para un gas ideal en un diagrama P-V. Q_A es el calor absorbido y Q_B el calor cedido, los puntos C_1 , C_2 , C_3 y C_4 corresponden a los señalados en el diagrama de la derecha.

La cantidad de calórico transportado de un cuerpo a otro depende de las temperaturas, como ya se ha mencionado. El paso del calórico de un cuerpo A a 100°C a un cuerpo B a

50 °C genera una cantidad de potencia motriz igual a la producida para transportar el mismo calórico del cuerpo B a un cuerpo C a 0°C, ver Figura 2-10.

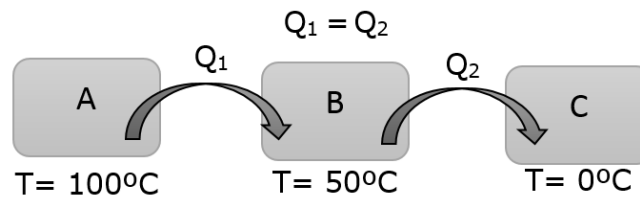


Figura 2-10

2.6.4 Algunas dificultades del modelo de Carnot

Carnot, al observar el funcionamiento de la máquina de vapor, y notar que ésta no regresa a las condiciones iniciales después de un proceso térmico, ya que la temperatura final es menor que la inicial (hecho que implica ciertas pérdidas del calórico (Gutiérrez, 1986)), puso en duda la hipótesis de la potencia motriz, la cual sólo se conserva si la máquina después de las operaciones regresa al estado original. Este aspecto puede resolverse al calentar la sustancia de la máquina y transferir el calórico de modo que la máquina llegue a su estado inicial; pero aun aquí, hay pérdida del calórico, y al no haber consumo de potencia motriz, imposibilita la supuesta reversibilidad de los procesos.

El ingenio del joven Carnot, lo llevó a establecer razones de peso sobre la ciencia del calórico considerando las diferencias de temperatura de orden infinitesimal, supuesto que sólo pudo lograr aplicando el cálculo de Newton. De allí pudo concluir que dada la dificultad de establecer equilibrio térmico entre los cuerpos de una manera exacta existe producción de potencia motriz innecesaria.

Es necesario revisar entonces otros elementos de mayor aproximación a la conservación de la energía, mediante los trabajos de Mayer y Joule principalmente, los cuales tienen un pensamiento fundado en las reflexiones de Carnot, Black y otros. Generando un avance de mayor alcance, al considerar el calor como una nueva forma de energía, y que además tiene una relación directa con la mecánica del movimiento mediante el trabajo.

2.7 Julius Robert Mayer y la conservación de la energía



Figura 2-11: Julius Robert Mayer (1814-1878)

2.7.1 El calor animal

Robert Mayer (Figura 2-11) médico alemán, fijó su interés en el calor animal y las reacciones químicas. Mientras trabajaba en las instalaciones de una embarcación, notó algo que anteriormente ya se había percibido pero que él desconocía, y era el hecho de que la sangre venosa de sus pacientes se tornaba de un color brillante en climas fríos cerca a los trópicos, lo cual sólo ocurría en las arterias donde la sangre era más oxigenada. Con esta simple observación emprendió un largo trabajo fisiológico para encontrar una razón a este suceso, lo que lo condujo a pensar que se debía a la presencia o ausencia del calor en el cuerpo, pues en los climas calientes el cuerpo requiere menos oxidación para conservar la temperatura corporal, por consiguiente la energía allí presente debía mantenerse constante al adoptar diferentes formas que son intercambiables.

Las bases fisiológicas iniciales del pensamiento de Mayer, se concentran en el problema del calor animal; en esta mirada, el cuerpo era considerado como una máquina capaz de transformar el calor en trabajo, (consideración que ya había sido planteada por Descartes). Al respecto Mayer expresó que en el proceso de oxidación del hidrógeno y el carbono se desprende calor y fuerza motora, y que desde la equivalencia entre calor y trabajo (aspecto demostrado por Mayer, que será tratado más adelante), la oxidación es la condición física que requieren los organismos para realizar trabajo mecánico, manifestado en las funciones naturales del cuerpo, esto es, la combustión lenta como generador de calor animal.

Algunos antecedentes que son de interés al respecto, se remiten a Erasístrato de Ceos (324 a.C. y 250 a.C.), de la vieja escuela de Alejandría, quien fue el primero en identificar

las bases energéticas del metabolismo, mediante experimentos de conservación y pérdida de calor en la digestión (Sierra C, 2012, pág. 106). En tiempos ulteriores, se buscó explicar el origen de la fiebre como incremento del calor interno, en cuyo caso, las variaciones térmicas obedecían al movimiento interno de los “átomos” del cuerpo. Ya en el renacimiento, esta idea de calor, toma un carácter sustancial responsable de dichos cambios. Lavoisier junto con Simón de Laplace desarrolló lo que hoy se conoce como calorímetro, y establecieron que el origen del calor animal se debía al proceso de combustión química producido en los pulmones. Posteriormente, se buscó dicho origen en el movimiento de contracción de los músculos, el cual al consumir oxígeno por diferentes fuentes, emanaba anhídrido carbónico, como producto de la combinación con azúcares y grasas, aspecto desarrollado por Helmholtz, que desde el punto de vista fisiológico se evidenciaba en una equivalencia, cuantitativamente hablando entre el calor y el trabajo.

Todas las afirmaciones anteriores constituían un discurso vitalista y mecanicista, que convergía en la noción del cuerpo como una maquina térmica que correspondía con la conservación de la energía, donde las diferentes formas de energía adquiridas por el cuerpo mediante el consumo de alimentos, se convertían en energías químicas o físicas, proporcionándole cierta cantidad de calor. He aquí de manera implícita una unificación de la biología, la química y la física mediatizada por el calor como forma de energía.

La propuesta que presenta Mayer para formalizar el principio de conservación de la energía ya expuesta implícitamente, se encuentra en el ensayo titulado *Observaciones sobre las energías de la naturaleza inorgánica*, de 1842, donde parte de la formulación de unos conceptos que son fundamentales para él, que son: el *principio de causalidad*, la *indestructibilidad de la materia* y la *convertibilidad de los fenómenos*. Estos conceptos requieren de otros igualmente significativos, como los de materia, fuerza (energía), movimiento y calor.

2.7.2 Los conceptos de materia y fuerza en Mayer

Dentro del particular modo en que Mayer concibe el universo, se plantean dos tipos de causas: las que son *ponderables* (materia) y las *imponderables* (fuerzas). La primera hace alusión a una característica cuantitativa que sólo es posible identificar a través de propiedades como peso y volumen. En éste sentido la materia es entendida en términos de indestructibilidad al igual que la fuerza, como se analiza posteriormente. A la segunda, a

diferencia de la primera, se le otorga a lo desconocido, lo hipotético. Hasta donde la experiencia indicaba en aquel momento no era posible convertir materia en fuerza o viceversa (posteriormente surgieron algunas posibilidades al respecto, dados los planteamiento de la relatividad de Einstein y de la física moderna con la equivalencia entre masa y energía). Aquí debe entenderse la fuerza no en el sentido newtoniano, sino que se hace referencia a lo que hoy se conoce como energía, aclaración que ya se ha expresado, por tal razón se hablará sólo en términos de energía.

Debido a la falta de claridad conceptual de lo que es la energía y cómo sus diferentes manifestaciones obran entre sí, se desprenden una serie de consecuencias, que se desglosan como sigue: dentro de la línea de pensamiento de Mayer al definir la energía en relación a las causas, y a su vez, éstas como generadoras de unos efectos, que se convierten en causas de nuevos efectos. Se considera la energía como poder y no como acción y que tiene su origen en el principio de causalidad (Romero, Ayala, Malagón, García, & Gómez, 1999). La energía como poder sólo es posible pensarse a través de la relación *causa-efecto* y de la transformación de ésta en otro tipo de energía. No como acción, en el sentido newtoniano²⁷, ya que esta alude a propiedades imponderables.

A partir de las consideraciones anteriores sobre la energía, se acude a dos principios para comprender mejor este planteamiento: el *principio de indestructibilidad* y el *principio de convertibilidad*.

2.7.3 Principio de Indestructibilidad

Para llegar a comprender el fenómeno de la conservación de la energía, desde éste principio, se parte del siguiente razonamiento: “*Considerando la energía como causa (principio causa eaqat effectum), toma (Mayer) una causa inicial que denota con la letra c la cual produce un efecto e, y concluye entonces que $c = e$. Si después de producir el efecto e, aún permanece la causa c en todo o en parte, debe haber otros efectos, correspondientes a la causa que aún queda. Plantea entonces que: sí e es entonces causa a su vez de otro efecto f, se tiene que $e = f$, por tanto $c = e = f \dots = c$. En esta cadena de causas y efectos, como resulta evidente por la naturaleza de la igualdad, un término o*

²⁷ Desde la perspectiva newtoniana las fuerzas son acciones que se caracterizan por ser magnitudes vectoriales exteriores al sistema.

una parte de él, nunca pueden ser como aparece claro por la naturaleza de una ecuación, hacerse igual a cero” (Papp, 1961, pág. 396).

Lo anterior hace referencia al principio que hoy por hoy establece que la “energía no puede ser creada ni destruida”, puesto que solo puede ser causa de otro efecto, que desencadena una serie de consecuencias que la contienen en su totalidad o parcialmente. Estas derivaciones, pueden converger según la igualdad planteada en la causa inicial, dejando entredicho que la convertibilidad de la energía en sus diferentes manifestaciones se conserva al sumarlas parcialmente.

Al analizar estos primeros indicios sobre el pensamiento de Mayer, se interpreta que desde la indestructibilidad de la energía, ésta tiende a conservarse. El uso de ecuaciones, permite constatar de igual modo éste hecho, debido a que dentro de la transitividad en la relación *causa- efecto* la energía no puede anularse.

2.7.4 Principio de convertibilidad

El principio de convertibilidad, desde un esquema causal²⁸, permite considerar las causas como generadoras de unos efectos, que a su vez, son considerados causas creadoras de otros efectos. Desde la perspectiva de Mayer (que se diferencia del principio de causalidad que establece Newton) se entiende la causalidad de la siguiente manera: “*Si la causa c ha producido un efecto e que es igual, entonces, por lo tanto, c ha dejado de existir convirtiéndose en e ; si después de la producción de e , c subsistiera aún, en todo o en parte, entonces a esta causa subsistente debería corresponder un efecto adicional; luego el efecto de c debería ser mayor que e ($c > e$), lo que es contrario al supuesto $c = e$. Por lo tanto, como c se convierte en e , y a la vez éste se convierte en f , etc. Debemos considerar estas magnitudes como las diferentes formas de manifestación de un sólo y mismo objeto*” (Papp, 1961, pág. 396).

Bajo el principio de indestructibilidad la causa es igual al efecto; pero dentro del principio de convertibilidad se contempla la posibilidad de que la causa no se convierta totalmente en su respectivo efecto, sino de modo parcial; lo que resta de la causa, genera efectos adicionales rompiendo con la igualdad de la ecuación. Es en éste sentido cuando los efectos

²⁸ Mayer creía que la causa puede igualarse a la energía, debido según él mismo a que demostraciones experimentales previas demostraban este hecho. Ver Holton capítulo 17.8.

de la causa inicial superan al efecto. La combinación de estas propiedades, le permitió a Mayer afirmar que las causas son objetos cuantitativamente indestructibles y cualitativamente convertibles, ya que obedecen a expresiones propias de un objeto. Tal reflexión, reafirma la característica imponderable de las causas y en últimas de la energía, las cuales en definitiva son entidades indestructibles y convertibles.

Ahondando en lo anterior, y rastreando el concepto de energía que se va construyendo desde esta mirada, se puede dilucidar como “algo” que puede adoptar diferentes formas, las cuales son causas de un efecto, que nunca puede llegar a cancelarse. Ya que ningún efecto surge sin ninguna causa y, ninguna causa desaparece sin su correspondiente efecto, conservándose de esta manera, su cantidad inicial. En este sentido la energía para Mayer es una entidad que solo es posible de ser identificada y definida en relación a la convertibilidad de fenómenos (Romero, Ayala, Malagón, García, & Gómez, 1999).

La caracterización de la energía lograda hasta ahora permite establecer una diferencia con la materia, por no tener la energía un peso asociado (sin decir con esto que no se le pueda asociar una característica cuantitativa). Cuando la energía cambia su forma (convertibilidad), se dice que su efecto, es a su vez, la causa de una tercera forma, puesto que desde esta perspectiva sólo es posible pensar su conservación en términos de convertibilidad e indestructibilidad. Por otro lado, dice Mayer que la observación de diferentes casos muestra que el movimiento no cesa sin haber causado otro movimiento o levantado un peso, pero dada la energía inicial extra o adicional, ésta debe transformarse en alguna otra clase de energía, la cual es detectable solo a través de la experiencia.

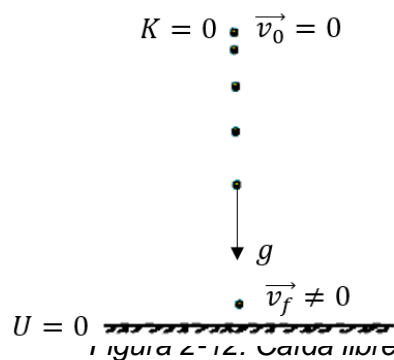
2.7.5 La caída libre y el principio de convertibilidad e indestructibilidad

En el fenómeno de la caída libre, Mayer establece una serie de reflexiones, donde pone en juego los conceptos teóricos anteriormente contruidos. Se define entonces la siguiente situación: una masa que descansa inicialmente en el suelo (reposo) no constituye una causa que genere un efecto (particularmente no tiene una energía mecánica asociada); al tomar el suelo como nivel de referencia la energía potencial es cero, al igual que la energía cinética, dadas las condiciones iniciales. Pero si se considera la masa a una cierta distancia de la superficie de la Tierra, se le asocia una energía en virtud de su posición. Y al dejarla caer libremente, se transforma la energía inicial en energía de movimiento, es decir, el movimiento como efecto no puede surgir sin la convertibilidad de otra clase de energía: “Es

el gasto del levantamiento del peso lo que produce el movimiento de dicho peso” (Romero, Ayala, Malagón, García, & Gómez, 1999).

Mayer llama a ésta energía inicial, “*fuerza de caída*”, haciendo referencia a la energía potencial y, con la “*fuerza de movimiento*” hace referencia a la energía cinética. Aquí se establece la primera relación causal entre estas formas de energía. De un modo general, la fuerza de caída se plantea en términos de Mayer como sigue: “*Toda diferencia espacial entre los objetos ponderables es una fuerza*” (Romero, Ayala, Malagón, García, & Gómez, 1999).

La “fuerza de caída” (Energía potencial V) y la de movimiento (energía cinética K)²⁹ pueden relacionarse recíprocamente entre sí, como la causa y el efecto, en la cual una puede ser transformada en la otra. Éste tipo de relación constituye las diferentes manifestaciones de un mismo objeto dentro del fenómeno de la caída libre (ver Figura 2-12).



Haciendo referencia a las consideraciones que establecen los principios de *indestructibilidad* y *convertibilidad*, la energía potencial puede no convertirse en su totalidad en energía cinética, ya que como efectos adicionales pueden surgir diferentes formas de la causa inicial como: energía interna (el calor debido a la fricción con el medio), energía vibracional (sonido debido al impacto de caída) y energía elástica (en cuerpos no rígidos, debido a la deformación de cuerpo), conservando así la energía o causa inicial, al realizar la sumatoria de dichos efectos adicionales.

²⁹ Mayer llama energía de movimiento a la que adquiere el cuerpo en la caída. Basado en el esquema de la “*vis viva*” de Leibniz, desarrolla su trabajo tomando como referente la expresión $\frac{1}{2}mv^2$.

2.7.6 Formalización del fenómeno de caída libre

Al tomar como base la relación existente entre la energía potencial y la energía cinética, se analiza cómo Mayer vincula lo anterior a través de la transformación de una clase de energía en otra, particularmente aquella que se transforma en calor. El fenómeno de la caída de los cuerpos tiene sentido para Mayer en los siguientes términos: al suponer que el radio terrestre es igual a una constante infinita³⁰, establece una relación directamente proporcional entre lo que llama fuerza de caída (Energía potencial V), masa (m) y el desplazamiento por encima del suelo (h), lo que se sintetiza en la expresión mgh ³¹. Dicha notación de variables permite cuantificar las observaciones y reflexiones logradas sobre el fenómeno de la caída, y establecer las relaciones proporcionales entre estas, como que $V \propto m$ y $V \propto h$, lo que permite deducir según igualdad $V = mh$. Dado el uso indiferenciable entre masa y peso por parte de Mayer, en la terminología moderna si m es en realidad la masa del objeto que cae, debemos escribir, $V = mgh$ donde g es la aceleración de gravedad y mg sería el peso correspondiente a dicho objeto.

Ahora, continuando con el análisis, Mayer establece la siguiente condición: *“Si la elevación es $h = 1$ de la masa m , se transforma en un movimiento de esta masa, movimiento que tiene una velocidad final $v = 1$, tenemos también $V = mv$; pero resulta de las relaciones conocidas que existen entre h y v que para otros valores de h o de v la medida de la fuerza V es mv^2 ; luego $V = mh = mv^2$, de suerte que la conservación de las fuerzas vivas está fundamentada en la ley general de indestructibilidad de las causas³²”*.

Al examinar lo anterior, se observa la transformación de la energía potencial en cinética, debido a una causa inicial que está en función de la altura, o lo que es equivalente, a la elevación del cuerpo sobre el suelo, generando posteriormente movimiento debido a su conversión. Tal relación causal argumenta la convertibilidad de la energía, lo que reafirma así, la idea de que ésta se conserva.

³⁰ Comparando el radio terrestre y la distancia de separación entre objetos ponderables, la segunda es insignificante en relación con el primero; por esto se toma el radio de la Tierra como infinito, lo cual da la posibilidad de plantear la relación existente entre la fuerza de caída y el movimiento.

³¹ Mayer utiliza los términos de peso y masa de manera indiferenciable, a pesar que ya desde Newton existía distinción clara de estos términos.

³² La identidad $V = mh = mv^2$ ($ML \neq ML^2T^{-2}$) no es dimensionalmente posible, teniendo en cuenta que la masa es comparada con el peso, o sea que la expresión anterior debe considerar que $v = \sqrt{2gh}$ para que cumpla la igualdad.

Mayer, al decir que $V = mv$, considera que sólo es válida si la distancia h es equivalente a la unidad. Por lo tanto reconoce que la forma correcta es $V = mv^2$ teniendo claro que $v = \sqrt{2gh}$. También es necesario considerar que constantemente utiliza la relación de fuerza viva $\frac{mv^2}{2}$.

La suposición de que el desplazamiento h por encima del suelo de la masa sea igual a la unidad, le permite a Mayer establecer que la energía potencial que se le asocia al cuerpo en virtud de la posición se transforma en energía cinética, siendo ésta una medida de la energía potencial. Es decir, la velocidad con la que llega el cuerpo es igual a la unidad, lo que da la posibilidad de plantear la relación $V = mh = mv^2$. En este proceso la energía cinética se interpreta en términos de indestructibilidad, es decir, al ser un efecto de una causa, y a su vez causa de otros efectos, la energía nunca puede anularse.

Mayer reconoce que una representación apropiada para la energía cinética es interpretándola en los siguientes términos $V = \frac{1}{2}mv^2$, donde $v = \sqrt{2gh}$, es decir, con ésta nueva interpretación de sus planteamientos, se puede hallar una relación entre la energía potencial y cinética, de la siguiente forma, al partir de la hipótesis de que:

$$V = \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

Y si $v = \sqrt{2gh}$ entonces $v^2 = 2gh$, de donde $\frac{1}{2}v^2 = gh$ y al multiplicar la ecuación por m , se tiene el resultado esperado:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

Con estas relaciones Mayer pensó en la conservación de la energía mediante la utilización de magnitudes que den cuenta de que la energía nunca puede llegar a ser cero, sino que debe convertirse en otras clases de energía.

2.7.7 Movimiento como generador de calor

“En muchos casos vemos terminar un movimiento sin que se haya hecho otro movimiento, o elevación de un peso; pero una fuerza no puede anularse, sólo puede tomar otra forma”.

La anterior reflexión de Mayer, surge como una consecuencia del principio de convertibilidad, donde se alude a que una causa no siempre es igual (en su totalidad) al efecto. El surgimiento de efectos adicionales debido a lo que resta de la causa, permite

pensar en que la causa es mayor que el efecto ($c > e$) y por ende en la cuestión siguiente: *¿Podrá transformarse la energía potencial y la cinética en otras clases de energía?*

Sólo la experiencia podría informar sobre este asunto, aclara Mayer. Para ello, se tomarán algunos elementos del modo en que él lleva a cabo ciertas experimentaciones de tipo mental y físico. Se escogen algunas herramientas que permitan comprender las causas que dan pie a un cambio de movimiento.

Se hace necesario aclarar que, en este contexto de producción, existe una sinonimia entre los términos de: *movimiento, cantidad de movimiento y energía cinética*. Para la física de hoy la interpretación de dichos conceptos se plantea con una diferencia conceptual clara, amplia y estructurada.

2.7.8 La experimentación en Mayer

Con el fin de dar cuenta de las intenciones anteriores, se muestra un experimento propuesto por Mayer, que modela las situaciones en que los principios anteriormente tratados juegan un papel fundamental en la construcción teórica de la conservación de la energía. El ejemplo que empleó para ello hace referencia al frotamiento entre dos placas metálicas, en donde por una parte se observa la desaparición del movimiento y por otra el surgimiento casi inmediato de calor.

Con el ejemplo de las placas se infiere que Mayer hace referencia a la transferencia de energía por trabajo en procesos mecánicos, donde las placas constituyen un sistema deformable. Del ejemplo, se interpreta que el calor surge como efecto del cese de alguna clase de movimiento y por ende de la transformación de la energía cinética asociada a él³³. De ser así, el calor desde esta perspectiva se entiende como un tipo de energía, que presenta algunas diferencias con las demás que se han tratado, es decir, con la energía potencial y cinética³⁴. Dentro de este razonamiento, se desprende como consecuencia, el calor al ser un efecto que tiene por causa la energía cinética de un movimiento, puede ser a su vez causa generadora de tal energía. Por ejemplo, la energía interna ganada por un cuerpo que es lanzado a una altura considerable debido a la fricción con el aire y la colisión

³³ Esta misma conclusión había sido presentada por Rumford, Carnot y Davy.

³⁴ El calor se diferencia de la energía potencial y cinética, en que aquel depende de los cambios de temperatura que pueden registrarse en el sistema ($Q = mc\Delta T$). Mientras que la potencial depende de los cambios de la altura ($V = mg\Delta h$) y la cinética de los cambios de velocidad del cuerpo ($K = \frac{1}{2}mv^2$). Tal diferencia es posible, ya que la masa del cuerpo es constante para las tres clases de energía.

con el suelo, produce un aumento de la energía cinética de las partículas que componen el cuerpo, además de registrarse un cambio en su temperatura. En termodinámica, la conservación de la energía calórica está determinada por el calor absorbido por un cuerpo que es igual al calor cedido ($Q_{\text{absorbido}} = Q_{\text{cedido}}$).

Lo que Mayer establece en primera instancia es la existencia de un límite fijo entre la inmediatez del cese de movimiento y el surgimiento de calor; es decir, hay un punto exacto en el cual la energía cinética se transforma en energía calórica. Contrariamente a los planteamientos de la física clásica, dicho límite no es fijo, ya que no es posible determinarlo de manera exacta.

En tiempos de Mayer no hay distinción clara entre *Energía Interna* y *Calor*. Hoy por hoy, se entiende la primera, como la energía de un sistema asociada con sus componentes microscópicos, átomos y moléculas, vista desde un marco de referencia en reposo con respecto al centro de masa del sistema. Mientras que el calor, es entendido como la transferencia de energía a través de la frontera de un sistema debido a la diferencia de temperatura entre dicho sistema y su entorno.

Indagando sobre el ejemplo de las placas, se plantean interrogantes como: *¿Es en realidad posible que la energía cinética asociada a un movimiento se transforme en energía calórica y viceversa? ¿En qué otros tipos de energía se pueden transformar la energía cinética cuando la velocidad de un cuerpo va disminuyendo?* Los planteamientos anteriores, no tienen respuesta directa en el experimento de Mayer, a pesar de examinar las diferentes situaciones en las que, hipotéticamente, considera que el calor surge cuando desaparece la energía cinética, además de atribuírsele a la energía calórica como posible causa generadora de tal energía cinética, es decir, que puede producir un movimiento. Las hipótesis, son acordes con el principio de indestructibilidad y convertibilidad, ya que la energía no puede llegar a destruirse, sino que puede transformarse en otra forma de energía; en esta medida se contempla que la transformación de una energía en otra no necesariamente es igual en magnitud, dado que la causa no precisamente se convierte en su totalidad en un único efecto puesto que existe pérdida de la energía en el proceso.

Dentro de la experimentación de la época, Mayer no pudo determinar cuándo en realidad cesa el movimiento de las partículas que componen un cuerpo. Al no poder comprender a cabalidad éste fenómeno, Mayer plantea como erróneas las hipótesis que formuló al

respecto.³⁵ Pero sin abandonar del todo estas ideas, replantea una nueva hipótesis tomando como punto de partida el principio de convertibilidad, dado que le posibilita considerar que, en el proceso de cese de movimiento o rozamiento entre cuerpos, éste puede transformarse en diferentes efectos, donde el más relevante es el surgimiento de calor que se desprende de la transformación de la energía cinética, contrario a la hipótesis inicial de considerar que éste era su único efecto.

El nuevo planteamiento de Mayer para dar sentido a su teoría, no es ajeno a la experimentación y observación que ha hecho, dejando ver, que para él, el surgimiento de calor, independientemente de las diferentes situaciones en las cuales surge en relación a un movimiento, es un hecho y solo eso. En este proceso de reformulación, retoma el ejemplo de las placas metálicas, y plantea una mirada al surgimiento del calor con relación a un movimiento y su energía cinética asociada en los siguientes términos: en la medida en que cierta cantidad de energía cinética se va gastando debido al roce entre las placas, se va generando calor como consecuencia de dicho desgaste. Hasta este punto, el límite fijo al que se hizo referencia antes toma un carácter dinámico. La asignación correspondiente de magnitudes a lo anterior va en el siguiente orden: si se considera como causa la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ debida al movimiento entre las placas, la transformación de esta en cierta cantidad en calor (Q), se debe a efectos exclusivamente del rozamiento. Consecuencia de la indestructibilidad y la convertibilidad de las causas, el calor Q puede ser causa de K , la cual reaparece en alguna medida.

Indagando aún más en el experimento, se puede evidenciar mediante la práctica que si se continúa frotando por mucho tiempo las placas, disminuye de alguna manera la magnitud de la energía cinética debido a la disminución de la velocidad por el roce entre ellas. De la misma manera hay una disminución del volumen de las placas por ser un sistema deformable, lo que suscita el siguiente interrogante *¿Se puede encontrar entonces en las limaduras de metal un rastro de la energía cinética que se ha transformado?* Debe tenerse en cuenta que la energía cinética no puede anularse sin transformarse en otra clase de energía, es decir, necesariamente dentro de los efectos adicionales, el calor es una consecuencia inmediata que se relaciona de igual manera con la fricción.

³⁵ Probablemente Mayer desconocía éste hecho, ya que no tuvo la oportunidad de conocer los trabajos que adelantaban Joule en Inglaterra y Ludwig August Colding en Dinamarca.

Para dar cuenta de la desaparición de la energía cinética, necesariamente se debe reconocer la relación causal entre la energía cinética y el calor. No interesa en este punto el hecho de que el sistema sea deformable y haya una disminución de volumen. Para clarificar estos hechos experimentales Mayer plantea a modo de ejemplo la situación que se desarrolla a continuación.

2.7.9 El equivalente mecánico de Robert Mayer

Mayer se propone transformar el hielo en agua; para ello, somete a cierta presión dos fragmentos de hielo y mediante el frotamiento continuo lo funde. Este y otros experimentos tienen como propósito observar los efectos de la fricción y la presión en la transformación del hielo en agua líquida. Mayer, bajo las relaciones existentes entre la energía cinética y el calor, descifra que: el agua, cuando se le bate con fuerza, experimenta un aumento en su temperatura y después de haber sido batida, advierte igualmente un aumento de volumen. Las anteriores conclusiones fueron posibles después de varias experiencias realizadas en las que el agua aumentó de 12 °C a 13 °C, lo que indicaba que el movimiento mecánico del agua producía cierta cantidad de calor.

Mayer conocía los experimentos de expansión libre de Gay-Laussac, donde la presión ejercida sobre un gas es directamente proporcional a su temperatura, argumento que utilizó para establecer la relación entre el trabajo mecánico producido por el movimiento del agua y la cantidad de calor producida. Esta relación conocida como el equivalente mecánico del calor, fue encontrada por Mayer, con un valor aproximadamente de $1 \text{ cal} \equiv 3,6 \text{ Joules}$ (Holton, 1976, pág. 397). Más adelante con experimentos más precisos es James P. Joule quien determina el valor preciso del equivalente mecánico del calor, cuyo valor es hoy en día aceptado es $1 \text{ cal} \equiv 4,18 \text{ Joules}$ ³⁶.

Inspirado por este resultado, Mayer pretende justificar los equilibrios y desequilibrios observados en los diferentes sistemas físicos. El intento por validar sus hipótesis sobre la existencia de una correlación *causa-efecto* entre los diferentes tipos de energía lo lleva a buscar en diferentes situaciones las formas en las que la energía potencial, cinética y calórica se relacionan. De igual modo, es inducido a pensar que la energía tiene varias

³⁶ La unidad actual de la energía en el Sistema Internacional de pesos y medidas (SI) es el Joule (J) nombrada así en honor a James Joule.

transformaciones y que no es posible pensar en la desaparición de sus efectos, puesto que ésta se conserva. Lo anterior es más claro en los experimentos realizados con gases.

Con el fin de buscar la conexión natural entre las tres clases de energía ya abordadas y en el intento por comprender las transformaciones de una en otra sin anularse, Mayer argumenta que el calor es una manifestación debida a la aproximación entre las partículas del material de un cuerpo. Sabiendo esto, si lo anterior se aplica a las partículas más pequeñas y a los espacios que las separan, entonces también es aplicable a las grandes masas y los espacios mensurables entre ellos; en tal caso: la caída de un cuerpo es una disminución real en el volumen de la Tierra, lo que implica posteriormente una relación necesaria entre dicha caída y la manifestación de calor que la acompaña, en donde el calor producido es directamente proporcional a la magnitud del peso del cuerpo y a su distancia de la Tierra. Esta analogía posibilita la cuantificación de la relación entre energía potencial, cinética y calórica.

En cuanto a la dependencia que tiene una forma de energía con otra, si no se establece una conexión entre la energía potencial y la cinética, no será posible deducir la conexión entre la energía cinética y la calórica (lo cual es la esencia de la cinética). Lo anterior se refuerza bajo la perspectiva de Mayer en los siguientes términos *“Si la fuerza de la caída y el movimiento son iguales al calor, el calor debe, naturalmente, ser igual también al movimiento y a la fuerza de caída. Así como el calor nace como efecto de disminución de volumen y una interrupción del movimiento, así también el calor desaparece como causa cuando se manifiestan sus efectos, el movimiento, el aumento de volumen y la elevación de un peso”* (Papp, 1961, pág. 396). Posteriormente estas conclusiones, dieron origen a la primera ley de la termodinámica gracias también a los aportes que había establecido Sadi Carnot y lo que dejaría James Prescott Joule y otros.

En términos actuales, la relación de Mayer es una ecuación válida para los gases ideales, que relaciona su capacidad calorífica a presión constante con su capacidad calorífica a volumen constante.

$$C_p - C_v = R$$

Donde C_p es la capacidad calorífica del gas a presión constante, C_v es la capacidad calorífica del gas a volumen constante y R es la constante universal de los gases ideales la cual es equivalente a $R = 8,314472 \text{ J/K.mol}$.

Concluyendo la formalización del principio de conservación de la energía desde la perspectiva de Robert Mayer se puede comprender que, a través del principio causalidad, se pueden establecer relaciones entre la energía potencial (fuerza de caída), cinética (el movimiento) y el calor, al interpretar cada uno como una parte de un mismo objeto, pero que se diferencian en sus características particulares. Lo anterior permitió pensar que la energía de un sistema no puede ser creada ni destruida, sino que se transforma de una forma de energía a otra, es decir, que es transferida de un cuerpo a otro. De igual modo, pensar el concepto energía, implica pensar en la indestructibilidad y la convertibilidad del fenómeno, donde se alude a una causa que es generadora de un efecto. Por otro lado el trabajo de Robert Mayer establece una relación entre el trabajo mecánico y la energía calórica, relación que da cuenta de la unificación de los fenómenos mediante la transferencia de energía.

Aquí terminan, las reflexiones sobre los aportes de Robert Mayer, reflexiones que en su tiempo no fueron muy acogidas a pesar de la destreza y profundidad de su pensamiento. En esta época se prefería el formalismo matemático como consecuencia del estilo newtoniano a la hora de deducir los conceptos. En sus últimos años tuvo diferentes reconocimientos por los significativos aportes en la consolidación de la conservación de la energía.

2.8 James Prescott Joule y el equivalente mecánico

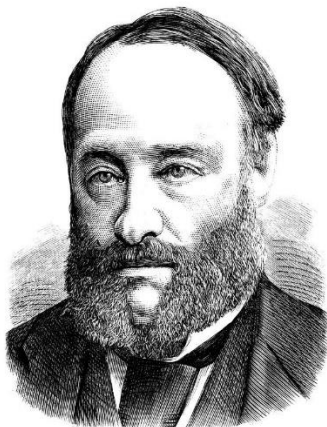


Figura 2-13: James Prescott Joule (1818-1889)

El inglés James Joule (Figura 2-13) fue discípulo de John Dalton, desde temprana edad comienza sus estudios sobre ciencias. En el contexto de este trabajo se indaga por la forma

en que Joule determinó la conversión del trabajo mecánico en calor, como diferentes formas de manifestación de la energía, cuyo valor permanece constante. Esto tiene sentido para Joule, basado en la idea absurda de pensar que las causas con la cuales Dios había dotado la materia fuesen destruidas (Holton, 1976, pág. 398).

Joule conocía la razón entre el trabajo mecánico necesario para el funcionamiento de un generador eléctrico y el calor producido por la corriente allí generada, aspecto que tomó como referente y lo condujo a experimentar sobre la relación entre el trabajo y el calor. La primera equivalencia cuantitativa encontrada por Joule fue que 1 caloría equivale a 4.17 J, posibilitando de esta manera la conversión de unidades mecánicas en térmicas. De lo anterior se desprenderían dos conceptos que ampliarían el conocimiento sobre el calor, que son: considerar la corriente eléctrica como una fuente de calor y la radiación como una nueva manera de transferencia de calor por medio de las ondas electromagnéticas.

En 1840 Joule hace una publicación con el título *Sobre la producción de calor mediante electricidad Voltaica*, en el que formaliza la idea de que la corriente eléctrica es una fuente de calor (Pérez, 2005). Aspecto observado al hacer pasar cierta cantidad de corriente por un conductor en un recipiente con agua, la cual aumentó gradualmente su temperatura: así, el calor disipado es proporcional al cuadrado de la intensidad de corriente, debido a la resistencia eléctrica del conductor empleado y al tiempo. De este trabajo se desprende una ley que lleva su nombre, la Ley de Joule: *“Al fluir una corriente eléctrica a través de un conductor, éste experimenta un incremento de temperatura; a partir de ahí dedujo que si la fuente de energía eléctrica es una pila electroquímica, la energía habría de proceder de la transformación llevada a cabo por las reacciones químicas, que la convertirían en energía eléctrica y de esta se transformaría en calor”* (Asimov, 2004). En conclusión, la suma del calor disipado en el conductor más el calor producido en la batería era igual al calor producido por la oxidación del zinc.

Posteriormente al medir la cantidad de calor producida por la fricción del agua que fluía a través de un tubo delgado y el trabajo requerido para la obtención de dicho flujo, obtuvo otra equivalencia entre trabajo y calor: $1 \text{ cal} = 4,14 \text{ J}$. En un tiempo prolongado de su trabajo Joule reconoció, en cierta medida, los planteamientos teóricos de Mayer; también era conocedor de los experimentos de Rumford sobre la producción de calor por fricción en

cañones, y con ellos entendió el calor como una forma de energía en movimiento³⁷. Con esto la concepción del calor como una sustancia o fluido imponderable, tuvo fin, dando pie a la construcción de la teoría mecánica del calor (Sepúlveda A. , 2012, pág. 192).

De cierta manera Joule asumió que en la naturaleza existían agentes indestructibles de los que después de “consumirse” se obtenía una cantidad de calor equivalente. Un factor importante dentro de este análisis epistemológico de la evolución de la conservación de la energía es que dentro de las diversas experimentaciones de Joule, se trabaja la expansión de los gases en un sistema cilindro- pistón contra el vacío³⁸, experiencia que quizá no hubiese sido posible sin la eliminación del *Horror vacui* (horror al vacío). No se puede dejar de lado que con Aristóteles existía claramente una negación del vacío, y la imposibilidad de su creación. Aspecto que generó un obstáculo epistemológico importante en el pensamiento de los científicos antes de Gasparo Berti y Torricelli, quien en 1644 creó el barómetro de mercurio con el que demostraría la existencia del vacío. Más aun, la aceptación de la idea de vacío se dio en 1648 con Blaise Pascal y fue ampliamente aceptada con Newton y su teoría de la gravitación universal que regía los movimientos planetarios a través del espacio vacío (Sierra C, 2012, pág. 58). Respecto a los experimentos de Joule publicados en 1845 en *Sobre los cambios de temperatura producidos mediante la rarefacción y condensación de aire*, concluyó que en la expansión al vacío de un gas no se detectan cambios en la temperatura, aspecto que ya había sido revisado por Gay Lussac y el cual es válido, si el gas cumple la Ley de Boyle.

Se describe a continuación una de las más destacables experiencias desarrolladas por Joule en la que refinó los cálculos del equivalente mecánico:

³⁷ Joule, calculò la velocidad promedio de las moléculas de hidrógeno partiendo de su densidad y la presión a la que se encuentra sometida una porción de su masa a temperatura ambiente. En: *Algunas notas sobre el calor y la constitución de los fluidos elásticos (Joule)*.

³⁸ La equivalencia encontrada aquí por joule fue de $1 \text{ cal} = 4,27\text{J}$.

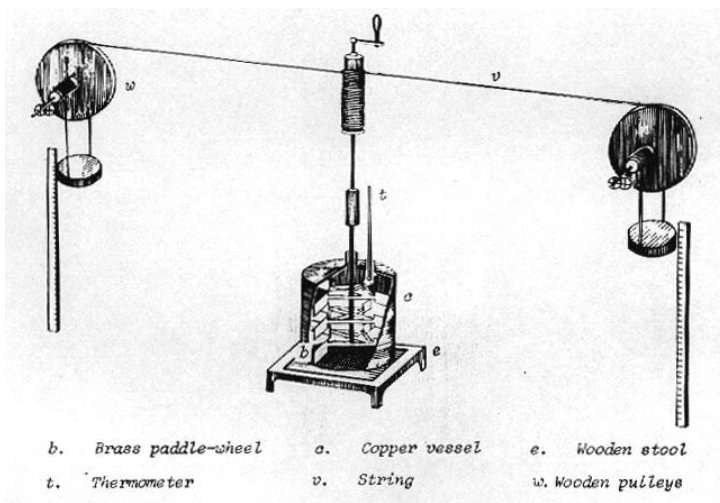


Figura 2-14: Equivalente mecánico de Joule

Joule tomó cierta cantidad de agua (en otros casos aceite de esperma o de ballena) y en un recipiente aislado térmicamente al que le incorporó un termómetro, la calentó mediante un proceso de agitación (fricción) con una rueda de paletas, que eran impulsadas por la caída de un peso a través de un sistema de cuerdas y poleas (Ver Figura 2-14).

Al caer el peso con una velocidad aproximadamente constante, “pierde” energía potencial y como consecuencia de ello, el agua agitada por las paletas se calienta por frotamiento, aumentando de esta manera su temperatura en una cantidad proporcional a la cantidad de energía potencial transformada. Una de las dificultades experimentales era que el aumento de la temperatura en el agua era poco apreciable. Con este método obtuvo la equivalencia siguiente: $1 \text{ cal} = 4.78 \text{ J}$ y con aceite de esperma el resultado fue de 4.28 J aproximadamente. A pesar de que por estos tiempos existían buenos termómetros y otros aparatos de medición, la precisión que podrían haber arrojado los experimentos de Joule con ayuda de instrumentos más modernos le habría facilitado la investigación. El trabajo del equivalente mecánico, fue publicado en *Sobre el equivalente mecánico del calor según es determinado a partir del calor disipado en la fricción de los fluidos*, de 1847.

El valor calculado por Joule del equivalente mecánico que más se aproxima al convencional³⁹ fue de 4.15 J , el cual resultó de un conjunto de experimentos que involucra procesos de rozamiento entre placas metálicas de hierro y la utilización de mercurio calentado por agitación con poleas. La determinación definitiva del equivalente mecánico fue decisiva en la consolidación de principio de conservación de la energía, y constituye un caso particular de tal principio. La demostración matemática de la conservación de la energía fue propuesta por Hermann von Helmholtz y su validez en los campos como la

³⁹ El valor convencional del equivalente mecánico aceptado actualmente es: 1 Cal equivale a 4.186 J .

mecánica, la electricidad, el calor, la química, la física, el magnetismo y la astronomía, fueron reflejo de los trabajos de Mayer y Joule.

La idea de que la energía es un invariante en la naturaleza, es sin duda una conquista de la mente humana y un hecho que unifica los fenómenos que se analizaban de manera independiente. Ahora, con este nuevo concepto los fenómenos pueden ser analizados sin recurrir a descripciones mecánicas. Cuando Joule expuso sus averiguaciones sobre la energía, tuvo poca aceptación entre los científicos, pero llamó la atención de William Thomson quien se convertiría en un colaborador clave en la aceptación de sus trabajos.

2.9 William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907)

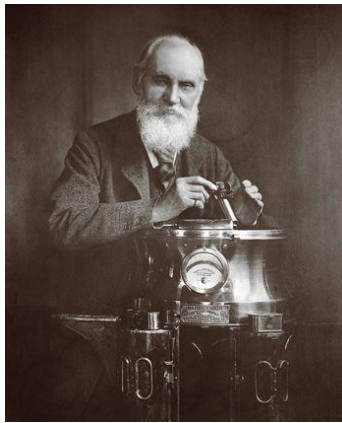


Figura 2-15: William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907)

Después de la exposición realizada por Joule sobre el equivalente mecánico, es William Thomson, primer barón Kelvin (Figura 2-15), quien reflexiona ante dicho resultado. Thomson notó que en el modelo de Carnot no se contemplaba la idea de que parte del calor se convertía en trabajo y que otra parte se degradaba. La controversia allí evidenciada, dio lugar a nuevas investigaciones sobre la conversión del trabajo en calor. En 1850 Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888) introdujo el concepto de energía interna en el cual se basan las leyes actuales de la termodinámica; con este nuevo concepto se comienza a ver la termodinámica como una ciencia formalmente establecida. Clausius reformula la segunda ley como sigue: “*El calor no puede pasar de un cuerpo caliente a otro frío sin que ocurra simultáneamente algún cambio*” (Solbes & Tarín, 2008). Con él, el trabajo sobre el calor alcanzó grandes fronteras junto con el concepto de *entropía*, que fue generalizado en

1878 por Ludwig Boltzmann. Bajo este marco de conceptos se enuncian las siguientes leyes de la termodinámica:

1. Primera ley: La energía en el universo permanece constante.
2. Segunda ley: La entropía en el universo tiende a crecer al máximo.

2.10 Hermann Helmholtz y la consolidación del principio de conservación de la energía



Figura 2-16: Hermann Helmholtz (1821-1894)

La conservación de la energía como un principio general de todas las ciencias se concretó con el trabajo de Hermann Helmholtz (Figura 2-16); el 23 de julio de 1847 dio una conferencia donde demostró formalmente la conservación de la energía. En su artículo *Sobre la conservación de la fuerza (Über die Erhaltung der Kraft)* se encuentran los siguientes principios en los que apoyó su exposición:

1. Todos los fenómenos de la naturaleza son reducibles a fenómenos mecánicos.
2. Existe una identidad básica de la naturaleza, que se conserva.

Con base en lo anterior, Helmholtz analiza el sistema conservativo formado por una partícula sometida a fuerzas que son funciones de la distancia, o a fuerzas centrales. Se define la cantidad de tensión (*la energía potencial actual*) y se indica que “*el aumento de la energía cinética de una partícula en su movimiento bajo la influencia de una fuerza central es igual a la cantidad de tensiones que corresponden a la variación relativa desde el centro de acción*”. Dicha conjetura, no contempla los choques inelásticos y las fuerzas de fricción (Solbes & Tarín, 2008). Dicho de otro modo, un aumento de energía cinética de la partícula

(siempre que se mueva bajo la acción de una fuerza central) es igual a una disminución de su energía potencial respecto a un nivel de referencia previamente fijo.

Los términos de *energía cinética* y *energía potencial* fueron asignados por William Jhon Macquorn Rankine (1820-1872), cambiando con ello los términos de fuerza viva y cantidad de tensión respectivamente. También sustituyó la expresión conservación de la fuerza por *conservación de la energía* (Solbes & Tarín, 2008). La aplicación de la conservación de energía a todos los fenómenos, fue una conclusión de Helmholtz, cuando aplicó sus conocimientos sobre sistemas conservativos a cuerpos sólidos y fluidos elásticos; esto le permitió visualizar claramente el fenómeno de la conservación, al *“reducir todos los fenómenos naturales a fuerzas invariables, atractivas o repulsivas, cuya intensidad depende sólo de la distancia a los centros”* (Dugas, 1988)(citado por Solbes & Tarín, 1988). En este sentido la conservación de la energía adopta el carácter de *principio*, válido para todas las ciencias. La constancia de la energía como concepto unificador que permanece constante permitió explicar todas las situaciones sin la *consideración de las fuerzas que actúan sobre el sistema en cuestión*. Helmholtz era un visionario sobre el advenimiento de esta idea, cuando señaló refiriéndose a la segunda ley de la termodinámica que *“esta ley es una de las pocas que puede reclamar una absoluta validez independientemente de toda la diversidad de cuerpos naturales y porque revela las conexiones más sorprendentes entre las ramas más distantes de la física”* (Solbes & Tarín, 2008).

2.11 El concepto de trabajo

El concepto de trabajo fue concebido de diferentes formas dependiendo del contexto temporal y de producción de conocimiento. En este punto se retoman los planteamientos de Galileo, con él se instaura una manera implícita de medir el trabajo a partir de sus efectos. Esto lo expresa así en el problema del martillo-pilón: se deja caer un cuerpo sobre una estaca hundida en el suelo, la pregunta que se hace Galileo es *“¿no es cierto que si un bloque cae sobre una estaca desde una altura de cuatro cúbitos y la hunde en tierra, por ejemplo cuatro dedos, si procediera de una altura de dos cúbitos, hundiría la estaca mucho menos, y si se procediera de un cúbito todavía menor?”* (Holton, 1976). Con lo anterior se establece una relación de proporcionalidad entre la distancia a la cual se hunde el pilón en el suelo y, la velocidad de un cuerpo que cae sobre él.

El siguiente aparte se fundamenta en las reflexiones expuestas por Sierra (2012), dentro de los análisis que realiza de Kuhn y Baracca. La noción de trabajo tal cual se comprende hoy en día, resulta ser de difícil fijación conceptual, ya que son muchas las adaptaciones tomadas por los autores a la hora de explicarlo de manera clara. Después de la consolidación de la conservación de la energía, quedaron ciertos “vacíos” conceptuales que generaban ciertas confusiones, respecto al concepto de trabajo. Friedrich Engels en *Introducción Dialéctica de la Naturaleza*, realiza una fuerte crítica a la confusión que presenta el discurso de Helmholtz sobre dicho concepto. Grosso modo, para Engels, Helmholtz presenta dos versiones contrarias sobre lo que es la conservación de la fuerza y la energía cuando se mira desde el par *atracción* (fuerza) – *repulsión* (energía); el levantamiento de un peso para Helmholtz no obedece a la comunicación del movimiento, sino a la gravitación pasiva del peso mismo, esto desde la concepción antigua de fuerza en oposición a la atracción desde el punto de vista moderno de la energía (repulsión), punto ultimo donde tiene cabida el concepto de calor como una forma de energía. En otras palabras, la acusación de Engels se encamina a mostrar la confusión de la idea de fuerza por parte del Helmholtz.

La noción de trabajo como medida del movimiento, se encuentra en la refutación de Leibniz a las posturas cartesianas respecto a que si la cantidad conservada era mv o mv^2 . Este obstáculo conceptual tuvo como primera solución fallida la propuesta de Jean Le Rond d’Alembert: *“cabe definir por fuerza de los cuerpos en movimiento su propiedad de vencer obstáculos u ofrecer resistencia a ellos, por lo que la fuerza no se puede definir por mv o mv^2 , sino tan solo por los obstáculos y por su resistencia”*. Engels por su parte prefiere partir de la distinción de Leibniz sobre las fuerzas muertas y vivas, y anota que en su concepto, es claro que la cantidad de movimiento rectilíneo depende de mv y que la fuerza viva o energía cinética depende de mv^2 . Siendo estas mediciones, de diferentes características del movimiento, las cuales se pueden convertir unas en otras; pues al levantar un peso desaparece cierta cantidad de movimiento o fuerza sin que se anule y reaparece en forma de energía potencial, la cual puede convertirse nuevamente en la cantidad de movimiento inicial. En general, el movimiento mecánico presenta una medición dual en este sentido: cualquier desaparición de cierta porción de cantidad de movimiento mv , bien sea por acciones de frotamiento u otros, reaparece en otra forma, la cual se pudo haber convertido en energía potencial, calor o electricidad, etc.

Lazare Carnot por su parte identificó el trabajo con el nombre de *momento de actividad y fuerza viva latente* en el *Essai sur les machines en général*, de 1782. Lagrange, basado en esta idea presentó una versión matemática de la conservación de la fuerza viva como el producto de la fuerza por la distancia, en *Théorie des fonctions analytiques*, de 1797.

El concepto de trabajo tuvo su mayor madurez en el siglo XIX, gracias a las investigaciones en el campo de la ingeniería francesa, principalmente con los aportes de H. Navier, G. Coriolis y J.-V. Poncelet, quien propone el nombre de *trabajo* (Solbes & Tarín; citando a Papp, 1961; Kuhn, 1982). Ya definido el concepto de trabajo se puso la base fundamental para su equivalencia con el calor, donde tienen lugar los aportes de Mayer, Joule y Helmholtz. De este modo la variación de la energía cinética o potencial dará cuenta del trabajo realizado en un sistema, punto que se aclara a continuación.

2.12 Algunas generalidades de la conservación de la energía.

La conservación de la energía mecánica de un sistema aislado, se puede entender con los conceptos de trabajo, energía potencial y cinética, conceptos propios de la mecánica newtoniana. En este marco, la conservación de la energía toma el carácter de *teorema*, al considerarse deducible de los conceptos anteriores. El carácter de *Ley* de conservación de la energía, se estableció en la medida que los experimentos realizados sobre este punto, evidenciaron su validez, verificando el cumplimiento de las relaciones matemáticas. La estrecha relación entre el trabajo mecánico y el calor como forma de energía extendió la aplicación en diversos campos naturales de la conservación de la energía como ley experimental, ascendiendo a un nivel categórico más amplio, el de *Principio de conservación de la energía* (Sepúlveda A. , 2012, pág. 194).

La conservación de la energía se expresa de diferentes formas⁴⁰, explica diversos fenómenos, está sujeta al sistema de referencia tomado por el observador y a la magnitud del sistema analizado. En el capítulo 17.10 sobre las ilustraciones generales del principio

⁴⁰ El principio de conservación de la energía tiene diferentes presentaciones. “La energía total en el universo es constante”. “Primera Ley de la Termodinámica” (aunque solo para el caso donde se considera el intercambio de calor y energía mecánica). “No es posible construir una máquina de movimiento continuo”. “La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma”.

de conservación de la energía de Gerald Holton, se facilitan tres formas particulares de abordarse, como se indica en lo siguiente.

Si se considera un sistema aislado o cerrado, al sumar las diferentes formas de energía allí presentes, se obtiene una cantidad numérica constante en el tiempo, lo que permite inferir que no existen variaciones cuantitativas de la cantidad de energía presente. En este marco, se ubican fenómenos como las colisiones perfectamente elásticas, la desintegración radioactiva natural y el levantamiento de un peso por medio de una polea. Siguiendo, en el caso donde a un sistema se le comunica energía, junto con el trabajo realizado sobre él, o la cantidad de calor absorbida, pero que no transfiere energía al exterior; la energía que se le comunica al sistema se iguala con la cantidad de variaciones totales internas del sistema de las diferentes formas de energía. Un ejemplo de este caso es el de un gas comprimido por medio de un émbolo en un recipiente cerrado, otros ejemplos son: un bloque impulsado por un muelle, la desintegración inducida y la fisión por bombardeo de neutrones.

En una tercera forma del principio, se considera un sistema al que se le comunica energía y que también realiza un trabajo o cede energía al exterior; así, la cantidad de energía comunicada es la misma que el resultado de las variaciones totales internas de las formas de energías presentes, más la cantidad de energía transferida al exterior. En este caso, caben los experimentos de Joule con la rueda de paletas y la pérdida de calor; esta forma también explica la conservación de la energía en las máquinas.

2.13 Formulación del teorema del trabajo y la energía

▪ Trabajo y energía en el movimiento lineal

El siguiente desarrollo parte inicialmente de la consideración de que la fuerza aplicada sobre la masa en movimiento lineal es constante en el tiempo ($\vec{F} = \text{constante}$). En primer lugar se toma el caso del movimiento en una dimensión. Sea del movimiento horizontal representado en el eje x de un sistema coordenado, Figura 2-17.

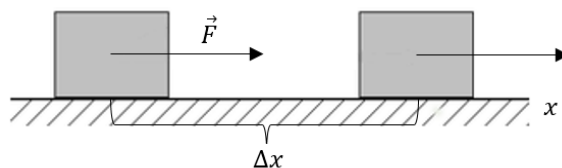


Figura 2-17: Trabajo realizado por una fuerza constante

El trabajo mecánico, denotado como W , es el producto escalar entre el vector de la fuerza aplicada y el desplazamiento producido sobre un cuerpo de masa constante a lo largo de una trayectoria rectilínea: $W = \vec{F}_x \cdot \Delta\vec{x}$, cuya unidad de medida en el sistema internacional (S.I) es newton por metro, que equivale a la unidad de energía Joule ($Nm = J$).

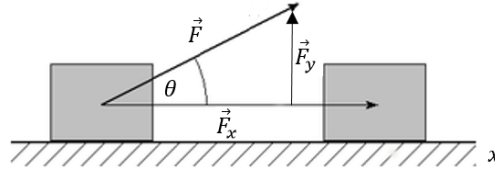


Figura 2-18: Componentes rectangulares de la fuerza

El desplazamiento horizontal del cuerpo se debe a la acción de la fuerza en esta dirección, cuya componente se denota como: $F_x = F \cos \theta$, siendo θ el ángulo formado por la fuerza y el desplazamiento (ver Figura 2-18), lo que permite expresar la expresión de trabajo como: $W = F \cos \theta \Delta x$. Nótese que tanto la fuerza como el desplazamiento son paralelos, mientras que en el caso en que son perpendiculares ($\theta = 90^\circ$), la componente vertical (\vec{F}_y) no realiza trabajo sobre el cuerpo. La expresión anterior se argumenta por la definición de producto punto entre dos vectores \vec{A} y \vec{B} se define como $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$.

En el caso tridimensional la fuerza tiene componentes:

$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

El vector de posición \vec{r} tiene componentes:

$$\Delta\vec{r} = (\Delta r_x, \Delta r_y, \Delta r_z)$$

Luego el producto $\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (\vec{F}_x \cdot \Delta\vec{r}_x, \vec{F}_y \cdot \Delta\vec{r}_y, \vec{F}_z \cdot \Delta\vec{r}_z)$

Para un conjunto de n fuerzas constantes, el trabajo neto (W_T) es:

$$W_T = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + \dots + W_{F_n}$$

$$W_T = \sum_{i=1}^n W_{F_i}$$

Reescribiendo la expresión total de trabajo se tiene que:

$$W_T = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_3 \cdot \Delta\vec{r} + \dots + \vec{F}_n \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W_T = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n) \cdot \vec{\Delta r}$$

$$W_T = \left(\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \right) \cdot \vec{\Delta r}$$

De la segunda ley del movimiento de Newton:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F} = m\vec{a}$$

multiplicando por $\vec{\Delta r}$ en ambos miembros de la igualdad, reconociendo que \vec{a} es constante en la dirección de la fuerza neta y que m es la masa total del sistema se obtiene

$$W_T = m\vec{a} \cdot \vec{\Delta r}$$

Para el caso del desplazamiento en x :

$$W_T = ma_x \Delta x$$

En este punto es válida la ecuación cinemática: $v_{fx}^2 = v_{0x}^2 + 2 a_x \Delta x$, de donde:

$$a_x \Delta x = \frac{v_{fx}^2 - v_{0x}^2}{2}$$

Reescribiendo:

$$W_T = m \left(\frac{v_{fx}^2 - v_{0x}^2}{2} \right)$$

$$W_T = \frac{1}{2} m v_{fx}^2 - \frac{1}{2} m v_{0x}^2$$

El lado derecho de la ecuación, define la variación de la energía cinética K , que se denotará como:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

En definitiva, el trabajo neto realizado sobre el sistema es el cambio de la energía cinética del mismo, estableciendo de esta manera el teorema del trabajo y la energía, como cantidades equivalentes y manifestaciones de un mismo fenómeno, esto es:

$$W_T = K_f - K_0$$

$$W_T = \Delta K$$

▪ Trabajo debido a una fuerza variable

Ahora, se analiza el caso en el que la fuerza aplicada es variable. Para ello se parte del análisis anterior (en donde la fuerza aplicada, paralela al desplazamiento produce trabajo) al caso en que la fuerza forma cierto ángulo con la horizontal; quien realiza trabajo es la fuerza proyectada en esta dirección.

Una descripción geométrica de la situación permite establecer la diferencia entre el trabajo realizado por una fuerza constante o variable; para la primera situación se tiene la siguiente representación gráfica en un plano de fuerza (F_x) contra desplazamiento (Δx), donde el trabajo viene representado por el área bajo la curva sombreada, Figura 2-19.

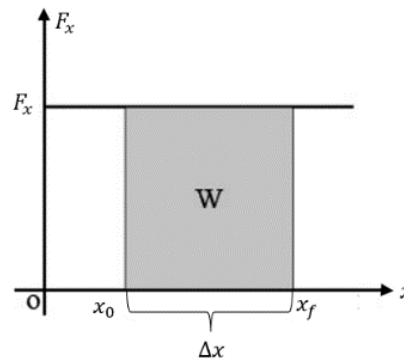


Figura 2-19: Representación gráfica del trabajo realizado por una fuerza constante

En la segunda situación $F_x \neq \text{constante}$, el trabajo según las consideraciones matemáticas de Newton, se determina como el área bajo la curva, empleando pequeños rectángulos de base muy pequeña que se aproximan a cero, Figura 2-20.

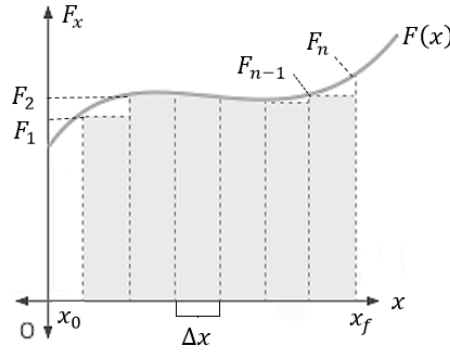


Figura 2-20: Representación gráfica del trabajo realizado por una fuerza variable

El trabajo neto según la representación anterior se puede escribir como sigue, considerando que $\Delta \vec{x}$, es el mismo para cada rectángulo y de modo que se pueda hallar el área real bajo la curva se toma el límite cuando $\Delta \vec{x} \rightarrow 0$:

$$W_T = \vec{F}_1 \cdot \Delta \vec{x} + \vec{F}_2 \cdot \Delta \vec{x} + \vec{F}_3 \cdot \Delta \vec{x} + \cdots + \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{x}$$

$$W_T = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i$$

Siempre que el límite de la función que representa el trabajo exista se tiene:

$$W_T = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i$$

De esta manera se determina el trabajo hecho por una fuerza variable según Newton. Ahora, revisando la notación de Leibniz sobre el trabajo mecánico, se modela como sigue: Sea F_x una función que depende de x , luego:

$$W = \int F_x dx$$

En general se denota con una integral de línea, tomando a \vec{r} como un vector de posición:

$$W = \int \vec{F}_x \cdot d\vec{r}$$

Para la expresión anterior es necesario conocer la trayectoria o contorno. De la primera integral y de la segunda ley de movimiento en la dirección horizontal, $F_x = ma_x$ y tomando el diferencial de x , en esta igualdad el trabajo neto realizado queda:

$$W_T = \int ma_x dx = \int m \frac{dv_x}{dt} dx$$

Reagrupando términos y tomando una velocidad en cualquier dirección:

$$W_T = \int m \frac{dx}{dt} dv$$

Tomamos los límites, de velocidad inicial y final:

$$W_T = \int_{v_0}^{v_f} mv dv$$

Integrando y evaluando se tiene:

$$W_T = \left. \frac{1}{2} m v^2 \right|_{v_0}^{v_f} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

Como ya se había definido para el caso en que la fuerza es constante, la expresión $\frac{1}{2} m v^2$ es la energía cinética K . Entonces:

$$W_T = K_f - K_0 = \Delta K$$

Lo anterior demuestra la existencia de la equivalencia entre el trabajo y la energía, independiente de si la fuerza aplicada es constante o variable.

▪ Fuerzas conservativas y no conservativas

Es importante tener en cuenta el tipo de fuerzas que permiten la validez de los principios de conservación. Así que en este punto se realiza un pequeño acercamiento desde la matemática newtoniana de las fuerzas conservativas y no conservativas.

Si en trayectorias cerradas (véase figura 2-21), la energía se conserva, como es el caso de la fuerza de atracción gravitacional es cierto que

$$\oint \vec{F}_r \cdot d\vec{r} = 0$$

Lo que implica que la fuerza aplicada es conservativa y constituye un campo vectorial. Véase el caso en el que una partícula describe una trayectoria cerrada, cuyo desplazamiento va del punto A a B y de B hacia A nuevamente, como se ve en la figura.

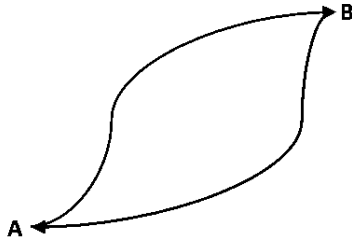


Figura 2-21: Trayectoria cerrada

Si la fuerza \vec{F} es conservativa, entonces existe una función escalar que se denotará como *Energía Potencial*, tal que el trabajo realizado es igual al negativo del cambio de la energía potencial U .

$$W = -\Delta U$$

Es claro que, bajo las aclaraciones expuestas, el trabajo depende del punto inicial y final de la trayectoria tomada, no de la trayectoria en sí; pues al ser independiente de ellas, es decir, de los diferentes caminos existentes para ir de A a B, el trabajo realizado siempre es el mismo. La expresión anterior se puede entonces escribir como:

$$W = -(U_f - U_0)$$

En este momento, se puede obtener la siguiente conclusión:

$$\oint \vec{F}_T \cdot d\vec{r} = W_T = 0$$

El trabajo realizado a lo largo de una trayectoria cerrada es cero

Para el caso de las fuerzas no conservativas, estas no conservan la energía en trayectorias cerradas, lo que implica la no posibilidad de asociar la función escalar de la energía potencial. Como ejemplo de fuerzas conservativas, tenemos el peso y la fuerza elástica y, como fuerzas no conservativas, que son las que de alguna manera disipan la energía, están la tensión y la fricción.

El trabajo hecho por una fuerza conservativa, denotado como W_{F_c} , es el negativo del cambio de la energía potencial.

$$W_{F_c} = -\Delta U$$

Estos resultados permiten definir la energía mecánica total del sistema, sabiendo que el trabajo neto es la variación de la energía cinética y a su vez el negativo de la energía potencial, esto se escribe como:

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U = \Delta(K + U) = 0$$

La cantidad $K + U$ es la *energía mecánica del sistema*.

Como ejemplos, se realiza una pequeña descripción del resultado anterior, tomando las dos fuerzas conservativas mencionadas.

▪ **Trabajo hecho por la fuerza de atracción gravitacional en la caída libre de los cuerpos.**

Partiendo de la definición de trabajo para el movimiento lineal, se define el trabajo como:

$$W_{peso} = \vec{F}_y \cdot \vec{\Delta y}$$

$$W_{peso} = F_y \Delta y \cos \theta$$

Donde Δy es el desplazamiento vertical y $F_y = mg$.

Tomando el desplazamiento vertical entre un punto inicial y_0 y final y_f de la trayectoria, y reconociendo que el ángulo entre la fuerza del peso mg con el diferencial de desplazamiento dy , es 180° , se logra la siguiente representación matemática:

$$W_{mg} = \int_{y_0}^{y_f} mg dy \cos 180^\circ$$

Integrando y evaluando se tiene:

$$W_{mg} = -(mgy) \Big|_{y_0}^{y_f}$$

$$W_{mg} = -(mgy_f - mgy_0)$$

$$W_{mg} = -\Delta(mgy)$$

Se define ahora la cantidad mgy , como la energía potencial gravitacional de un cuerpo, asociada a su peso, que es:

$$U_g = mgy$$

Esto por el hecho de que: $W_{F_c} = -\Delta U$.

▪ Energía potencial elástica y Ley de Hooke

En un estudio, Whittaker (1989) (como se cita en Solbes & Tarín, 2008) encontró que durante los siglos XVII y XVIII se desarrolló implícitamente el concepto de energía potencial en obras de Galileo, Huygens, Leibniz y Bernoulli, la cual se relaciona con la fuerza muerta, con la tensión, etc. Euler (1707-1783) introduce en 1744 (*Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*) el concepto de “*vis potentialis*” para cuando un cuerpo elástico se deforma, lo que corresponde con el concepto actual de *energía potencial elástica*.

Realizamos una descripción formal, sobre el trabajo hecho por la fuerza conservativa de un resorte ideal de tipo helicoidal, de masa despreciable cuya fuerza de restitución cumple la *ley de Hooke*.

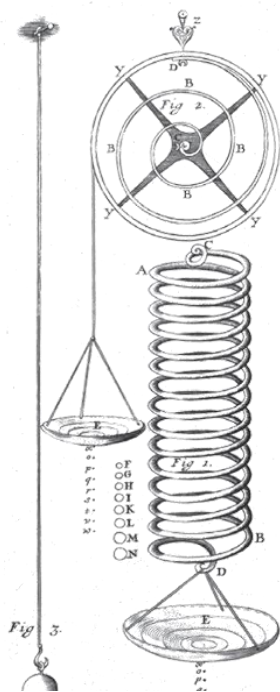


Figura 2-22: Sistema de pesas de Robert Hooke

Para el caso de un sistema masa-resorte (ver Figura 2-22), se satisface que la fuerza de restitución \vec{F}_R ejercida por el resorte sobre un cuerpo de masa m , es directamente proporcional al desplazamiento x producido. El desplazamiento del sistema puede darse de manera vertical u horizontal; tomando este último como caso particular, se denota desplazamiento del sistema como Δx entre un punto inicial x_0 y final x_f de la trayectoria.

$$W_R = \vec{F}_x \cdot \vec{\Delta x}$$

$$W_R = F_x \Delta x \cos \theta$$

Sumando todos los trabajos realizados por la fuerza de restitución por cada diferencial de desplazamiento horizontal, se tiene la integral:

$$W_R = \int_{x_0}^{x_f} kx \, dx \cos 180^\circ$$

Integrando y evaluando se tiene:

$$W_R = -\frac{1}{2} k x^2 \Big|_{x_0}^{x_f}$$

$$W_T = -\Delta\left(\frac{1}{2} k x^2\right)$$

Se define la cantidad $\frac{1}{2} k x^2$, como la *energía potencial elástica* asociada a la fuerza de restitución:

$$U_k = \frac{1}{2} k x^2$$

Por el hecho de que: $W_{F_c} = -\Delta U$.

Ahora en general, el trabajo neto es la suma de todos los trabajos debidos a las fuerzas conservativas (FC) más el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas (FNC).

$$W_T = \sum W_{FC} + \sum W_{FNC}$$

$$\sum W_{FC} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + \cdots + W_{F_n}$$

$$\sum W_{FC} = -\Delta U_1 + (-\Delta U_2) + (-\Delta U_3) + \cdots + (-\Delta U_n)$$

$$\sum W_{FC} = -\Delta(U_1 + U_1 + U_1 + \cdots + U_n)$$

La energía potencial del sistema es:

$$\sum W_{FC} = -\Delta U$$

En definitiva el trabajo total es igual al negativo de la variación de la energía potencial más la suma del trabajo hecho por las fuerzas no conservativas.

$$W_T = -\Delta U + \sum W_{FNC}$$

▪ Teorema del trabajo y la energía para el movimiento rotacional

Supóngase un cuerpo rígido en rotación anti horario, y una partícula de masa m sobre la cual actúa una fuerza \vec{F} (Figura 2-23), el radio vector del origen del sistema de referencia a la partícula es \vec{r} y θ la posición angular respecto al eje x . El brazo de torsión b , es perpendicular a la línea de fuerza sobre la cual actúa la fuerza, ϕ es el ángulo formado entre \vec{F} y \vec{r} . En un instante, el diferencial de desplazamiento circular ds es tangente a la trayectoria y perpendicular a radio vector.

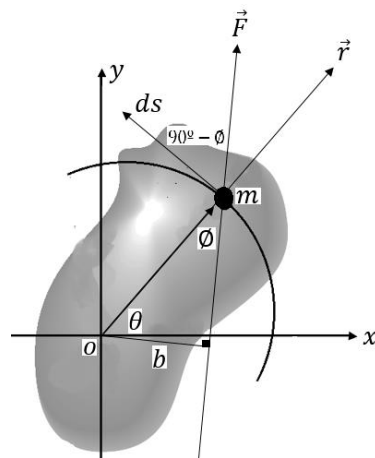
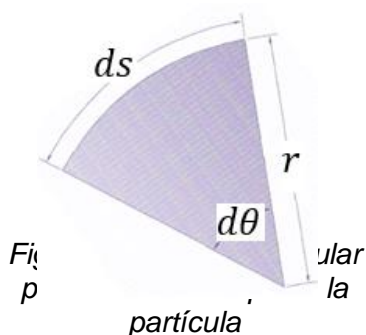


Figura 2-23: Movimiento rotacional

El momento de fuerza implica que: $\sin \phi =$ resultado que será

o de torsión $\tau = bF$, de la gráfica $\frac{b}{r} \Rightarrow b = r \sin \phi$. Luego $\tau = rF \sin \phi$, necesario para el análisis siguiente.

El trabajo realizado por la fuerza externa sobre la partícula tiene como efecto una rotación alrededor de o sobre una trayectoria circular ds de magnitud $ds = r d\theta$ (Figura 2-24). El trabajo neto se obtiene al sumar la fuerza por el diferencial de longitud⁴¹.



$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$W = \int F ds \cos \theta$$

⁴¹ Por definición de sector circular. (El diferencial de longitud ds es tangencial en un punto de la trayectoria circular y perpendicular al radio vector \vec{r} . El ángulo formado entre la fuerza y el diferencial es θ).

De la Figura 2-23, $\theta = 90^\circ - \phi$ y $\cos \theta = \cos(90^\circ - \phi) = \cos 90^\circ \cos \phi + \sin 90^\circ \sin \phi = \sin \phi$, dado que $\cos 90^\circ = 0$ y $\sin 90^\circ = 1$. Entonces se puede reescribir la integral anterior como:

$$W = \int F \sin \phi \, ds$$

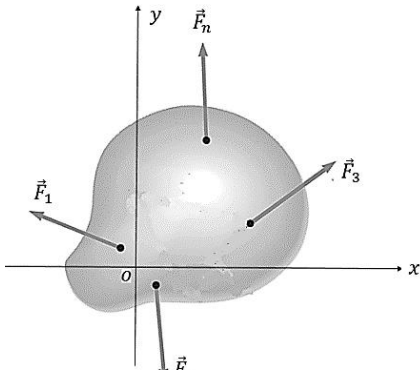
La posición angular en el movimiento circular, se define como el producto $\theta = \omega t$ o también se puede conocer mediante la ecuación cinemática: $\theta_f = \theta_i + \omega t + \frac{1}{2} \alpha t^2$, siendo α la aceleración angular de la partícula medida en rad/s^2 .

$$W = \int F \sin \phi \, r d\theta = \int (rF \sin \phi) d\theta$$

La parte agrupada se había definido como el torque, por lo que el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula en el movimiento rotacional queda definido como la suma de los torques por un diferencial de desplazamiento angular.

$$W = \int \tau \, d\theta$$

Ahora, si el sistema en rotación es debido a la acción de diferentes fuerzas, el resultado es como sigue: si se tienen n fuerzas sobre un cuerpo (Figura 2-25), el trabajo de una sola fuerza es:



$$W_1 = \int \tau_1 \, d\theta$$

El de la segunda fuerza es:

$$W_2 = \int \tau_2 \, d\theta$$

Y para la n -ésima fuerza:

Figura 2-25: Movimiento rotacional debido a n fuerzas

$$W_n = \int \tau_n d\theta$$

Luego el trabajo neto es:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_n$$

$$W_T = \int \tau_1 d\theta + \int \tau_2 d\theta + \int \tau_3 d\theta + \cdots + \int \tau_n d\theta$$

$$W_T = \int (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots + \tau_n) d\theta$$

$$W_T = \int \left(\sum_{i=1}^n \tau_i \right) d\theta$$

Ahora la suma de torques se define también en términos del momento de inercia y la aceleración angular alrededor de un punto o , como: $\sum \tau = I_o \alpha$. Así el trabajo neto se puede escribir de la siguiente forma:

$$W_T = \int I_o \alpha d\theta$$

La variación de la posición angular respecto al tiempo, en la rotación se define como $d\theta = \omega dt$ y la aceleración angular como $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, por lo que:

$$W_T = \int I_o \frac{d\omega}{dt} \omega dt$$

Tomando los límites de integración entre la velocidad angular inicial y final en un intervalo de tiempo:

$$W_T = \int_{\omega_0}^{\omega_f} I_o \omega d\omega$$

Integrando y evaluando la integral se tiene:

$$W_T = \frac{1}{2} I_o \omega^2 \Big|_{\omega_0}^{\omega_f} = \frac{1}{2} I_o \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_o \omega_0^2$$

Cantidad que se define como *energía cinética de rotación*, denotada como: $K_R = \frac{1}{2} I_o \omega^2$.

En este punto, el trabajo neto es la diferencia de energía cinética rotacional:

$$W_T = K_{Rf} - K_{Ri} = \Delta K_R$$

Expresión que define el *teorema del trabajo y la energía de rotación*. Al retomar el resultado $W_T = -\Delta U$ implica que:

$$\Delta K_R = -\Delta U$$

$$\Delta K_R + \Delta U = 0$$

$$\Delta(K_R + U) = 0$$

Definiendo la cantidad $K_R + U$ como la *energía mecánica rotación E*; de modo que $\Delta E = 0$; es decir la energía mecánica de rotación se conserva.

▪ Conservación de la energía mecánica

La energía mecánica de un sistema está constituida por la energía cinética más la energía potencial gravitacional. Como ya se demostró, el trabajo total es la variación de la energía cinética $W_T = \Delta K$, de donde se puede establecer la igualdad siguiente:

$$\Delta K = -\Delta U + \sum W_{FNC}$$

En este punto se puede tener una expresión para calcular el trabajo neto hecho por *FNC*, en términos de la energía cinética y potencial del sistema.

$$\Delta K + \Delta U = \sum W_{FNC}$$

$$\Delta(K + U) = \sum W_{FNC}$$

Donde las cantidades K y U son la energía cinética y potencial del sistema, llamada *energía mecánica*; denotada como E . Se expresa entonces el teorema de la conservación de la energía mecánica como:

$$\Delta E = \sum W_{FNC}$$

Ahora la definición de sistema adopta un carácter importante y, es el de *sistema conservativo*; en el cual la suma de los trabajos realizados por las fuerzas no conservativas es cero, es decir:

$$\sum W_{FNC} = 0$$

En este caso la variación de la energía es cero ($\Delta E = 0$), por lo tanto la energía mecánica del sistema permanece constante y en definitiva se conserva.

$$\Delta E + \Delta U = 0 \text{ o también } \Delta E = -\Delta U$$

Esto último, revela la transformación de la energía cinética en potencial; cualquier aumento en K implica una disminución en U y, viceversa.

3. Capítulo 3

3.1 Equivalencia entre masa y energía

La más famosa relación obtenida por Einstein (Figura 3-1) que resulta de los postulados de la Relatividad Especial hace referencia a la masa y a la energía. Esta relación puede ser derivada directamente de la definición de la energía cinética T de un cuerpo en movimiento como el trabajo realizado desde el reposo hasta su estado de movimiento, es decir:

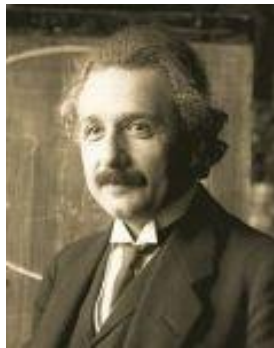


Figura 3-1: Albert Einstein (1879- 1955)

Figura 46

El trabajo W realizado sobre un cuerpo es igual a la integral de la componente de la fuerza F que actúa sobre él a lo largo del camino ds sobre el cual se mueve, identificado entre dos puntos P_1 y P_2 de la trayectoria s .

$$W = \int_0^s F ds$$

Usando la forma relativista de la segunda ley del movimiento, la fuerza aplicada cambia la cantidad de movimiento p del cuerpo de modo que:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv)$$

Y el trabajo realizado por la fuerza se transforma en la energía cinética T que este adquiere, la cual se puede escribir como:

$$T = \int \frac{dp}{dt} ds$$

Como $\frac{ds}{dt} = v$ entonces

$$T = \int v dp$$

La cantidad de movimiento de la relatividad especial depende de la masa, y esta es una función de la velocidad que cambia en un factor γ la masa en reposo m_0 del cuerpo. El término γ llamado factor de Lorentz equivale a:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Donde v es la velocidad del cuerpo y c la velocidad de la luz. Con este factor se escribe la masa del cuerpo en movimiento como: $m = \gamma m_0$ y la cantidad de movimiento relativista como:

$$p = mv = \gamma m_0 v$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Derivando la cantidad de movimiento lineal respecto a la velocidad se obtiene el diferencial dp de la integral.

$$\frac{dp}{dv} = \frac{m_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}}$$

$$dp = \frac{m_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}} dv$$

Sustituyendo en la integral y cambiando los límites de integral para un estado en que la velocidad es nula y otro en el que la velocidad es v , se tiene:

$$T = \int_0^v \frac{m_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}} dv$$

$$T = m_0 \int_0^v \frac{v dv}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^3}}$$

Resolviendo la integral por partes se obtiene finalmente:

$$T = m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} - m_0 c^2$$

$$= m_0 c^2 \gamma - m_0 c^2$$

$$T = mc^2 - m_0 c^2 = (m - m_0)c^2$$

La ecuación anterior establece que a cualquier velocidad del cuerpo, la energía cinética es igual al aumento de su masa (variación entre la masa de movimiento y la masa en reposo). Si se define la energía total E del cuerpo como mc^2 , y cuando está en reposo como $m_0 c^2$, llamada energía de reposo E_0 (m_0 es la masa en reposo) y la sumamos en la expresión anterior, en ambos miembros de la igualdad, se tiene que la energía total del cuerpo o del sistema es: $E = T + E_0$.

$$T + E_0 = (m - m_0)c^2 + m_0 c^2$$

$$E = mc^2$$

Con este resultado la noción de masa toma un carácter más general al diferenciarse entre masa de movimiento la cual es una función de la velocidad y la masa en reposo. También muestra que toda forma de energía posee cierta cantidad de masa inercial y viceversa. De modo que al aumentar la energía cinética de una partícula aumenta su masa.

De esta manera el principio de conservación de la energía y de la masa es uno solo, el cual se denotará como principio de conservación de *masa-energía*. Para un sistema de

partículas, la masa total del sistema no es la suma aritmética de sus componentes corpusculares individuales sino que es la variación de la energía que entra y sale del sistema. El principio de la relatividad exige que la conservación de la energía se cumpla para cualquier par de sistemas de coordenadas que se encuentren relacionados bajo movimiento de traslación uniforme uno respecto a otro. El paso entre dos sistemas diferentes viene dado por las transformaciones de Lorentz, y junto con las ecuaciones fundamentales de la electrodinámica de Maxwell, se puede inferir que: *“un cuerpo que se mueve con velocidad v y que absorbe la energía E_0 en forma de radiación sin variar por eso su velocidad, experimenta un aumento de energía en la cantidad”* (Einstein, 1985).

$$\frac{E_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Teniendo en cuenta que la expresión para la energía cinética de un cuerpo es:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Se obtiene que:

$$\frac{\left(m + \frac{E_0}{c^2}\right) c^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}},$$

de donde el cuerpo tiene entonces la misma energía que otro de velocidad v y masa $m + E_0/c^2$. Luego si un cuerpo absorbe la energía E_0 su masa inercial crece en E_0/c^2 , esta masa inercial no es una constante, sino que cambia según la variación de su energía. Esta es una forma nueva de medir la masa inercial de un sistema de cuerpos: basta solo con saber la medida de su energía. En este punto concluye Einstein (1985, pág. 34) *“El postulado de la conservación de la masa de un sistema coincide con el de la conservación de la energía y sólo es válido en la medida en que el sistema no absorbe ni emite energía”* Al escribir la energía de la siguiente forma:

$$\frac{(mc^2 + E_0)}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

se infiere que el término mc^2 es la energía que poseía el cuerpo antes de absorber la energía E_0 . Las variaciones de energía E_0 que se le pueden comunicar a un sistema no son lo suficientemente grandes para alterar la masa inercial del sistema, pues la cantidad E_0/c^2 es usualmente demasiado pequeña respecto a la masa m que existía antes de la variación de energía. Debido a este hecho se estableció con éxito (en la época de Lavoisier) el principio de conservación de la masa de validez independiente.

Además de las diferentes formas de energía como la cinética, la potencial, la electromagnética, la térmica, y otras, la energía puede manifestarse en sí misma como masa. El factor de conversión entre la unidad de masa en Kg y la unidad de energía Joule es c^2 , entonces 1Kg de masa tiene una energía acumulada de 9×10^{16} Joule. La conversión de masa en energía es la fuente de poder liberada en todas las reacciones exotérmicas tanto en Química como en Física (Beiser, 1967).

Ya que la masa y la energía no son cantidades independientes, los principios de conservación de la energía considerados separadamente, vienen a ser propiamente uno solo, el *principio de conservación de la masa y la energía*. La masa puede ser creada o destruida, pero si una cantidad equivalente de energía se pierde al mismo tiempo o se gana, y viceversa.

Cuando la velocidad relativa v es pequeña comparada con c , la fórmula para la energía cinética debe reducirse a $\frac{1}{2}m_0v^2$, lo cual ha sido verificado con experimentos a baja velocidad. Si esto es verdad, el teorema binomial del álgebra dice que si alguna cantidad x es mucho más pequeña que 1, es cierto que:

$$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$$

La fórmula relativista para la energía cinética es:

$$\begin{aligned} T &= mc^2 - m_0c^2 \\ &= \frac{m_0c^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} - m_0c^2 \end{aligned}$$

Expandiendo el primer término de esta fórmula con la ayuda del teorema binomial, con $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$, ya que v es mucho menos que c ,

$$K = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) m_0 c^2 - m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Por lo tanto a bajas velocidades la expresión relativista para la energía cinética de una partícula en movimiento se reduce a la expresión clásica. La energía total de una partícula sería:

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

En el cálculo anterior la relatividad tiene una vez más una prueba cumplida a su favor; se han reproducido exactamente los mismos resultados de la mecánica clásica a bajas velocidades, donde se sabe por experiencia que estos últimos son perfectamente válidos. Sin embargo es importante mantener en mente, que la formulación correcta de la mecánica tiene sus bases en la relatividad. La mecánica clásica es una correcta aproximación pero solo para bajas velocidades (Beiser, 1967).

3.2 Momento lineal relativista

Cada observador determina la velocidad \vec{v} de un cuerpo en relación con los cambios de posición $\Delta\vec{r}$ en un tiempo determinado Δt . Esta velocidad está asociada a tres componentes espaciales, como se expresa a continuación:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t}\right),$$

lo cual debe ampliarse según las nuevas consideraciones de la Relatividad Especial utilizando cuadvectores, formados por 4 componentes: 3 espaciales y 1 temporal⁴². Se define el cuadvector de posición \mathbb{R} de un evento respecto a un origen $(0, 0, 0, 0)$ del espacio-tiempo como:

$$\mathbb{R} = (x, y, z, ict)$$

⁴² En la cuarta componente del cuadvector el término i equivale a $\sqrt{-1}$.

Con base en ello se define el cuadvivector de velocidad \mathbb{v} como la derivada temporal del cuadvivector de posición respecto al tiempo propio τ de la partícula⁴³. No se define como la razón $\Delta \vec{r}/\Delta t$ porque Δt no es un invariante sino la cuarta componente de \mathbb{R} (Sepúlveda A. , 2012, pág. 325).

Esto es:

$$\frac{\Delta \mathbb{R}}{\Delta \tau} = \mathbb{v} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta \tau}, \frac{\Delta y}{\Delta \tau}, \frac{\Delta z}{\Delta \tau}, ic \frac{\Delta t}{\Delta \tau} \right),$$

con $\Delta \tau = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Permittiendo establecer la siguiente expresión:

$$\mathbb{v} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t}, ic \frac{\Delta t}{\Delta t} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (v_x, v_y, v_z, ic)$$

Donde v_x, v_y y v_z son las componentes del vector velocidad se sigue que la expresión para la cuadvivector en una forma sintetizadas es:

$$\mathbb{v} = \gamma(\vec{v}, ic)$$

Con este nuevo resultado, se plantea una forma generalizada para la cantidad de movimiento lineal $p = mv$ (la cual es válida para bajas velocidades). Se define el cuadvivector de cantidad de movimiento como:

$$\mathbb{P} = m \mathbb{v} = m \gamma(\vec{v}, ic) = \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{imc}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = (\vec{p}, ip_4)$$

Con $p_4 = \frac{mc}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E}{c}$ y como se mostró antes $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, permittiendo establecer con ello

un único cuadvivector que da cuenta de la estrecha relación entre el momento lineal y la energía llamado: *4-vector momento-energía*.

$$\mathbb{P} = \left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c} \right).$$

⁴³ El tiempo propio τ es el tiempo más corto entre dos eventos del espacio-tiempo. Además es una magnitud invariante según $\Delta s^2 = -c^2 \Delta \tau^2$ siendo s la distancia 4-dimensional.

Resultado que obedece a ciertas propiedades de simetría de las leyes de la física y unifica cantidades dinámicas y energéticas de un sistema (French, 1998). De hecho en la mecánica newtoniana el momento como cantidad vectorial y la energía como escalar no se encuentran muy relacionados, aparecen como principios independientes, pero con Einstein dichas cantidades vienen estrechamente relacionadas, veamos:

$$E^2 = (cp)^2 + E_0^2$$

La energía en reposo E_0 es una cantidad invariante de la partícula con las transformaciones de la cantidad energía-momento. El estado *cinemático* de dicha partícula se define mediante el cuadrivector $-s^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (ict)^2$ de longitud $s\sqrt{-1}$ y el estado *dinámico* con el cuadrivector $p_x, p_y, p_z, \frac{iE}{c}$ cuya longitud es $\frac{iE_0}{c}$.

$$-\frac{E_0^2}{c^2} = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 + \left(\frac{iE}{c}\right)^2$$

De este modo se muestra la relación entre momento y energía en el espacio tiempo tetradimensional. Con la argumentación matemática a la mano y la correspondencia de los fenómenos con las teorías científicas, los físicos y otros pensadores amplían el horizonte de las leyes de conservación mediante la existencia de ciertas simetrías en las leyes físicas.

La energía se unifica con la masa posibilitando integrar fenomenologías que en principio de consideraban diferentes, también se clara la relación entre la energía con la cantidad de movimiento. El aspecto unificador que se ha ido desarrollando en la recontextualización llega a mostrar las leyes de conservación como principios unificadores cuyos alcances llegan a ocupar tópicos científicos de alto nivel intelectual y formal. En este punto, las concepciones energéticas preliminares se han transformado en procesos de evolución continuos. La continuación de estos procesos expande sus fronteras en la física moderna de la relatividad y la cuántica gracias a la noción de simetría.

4. Capítulo 4

*¿Por qué la naturaleza es casi tan simétrica?
Nadie sabe por qué. Quizás Dios hizo las
leyes naturales sólo cercanamente simétricas
para que no envidiéramos Su perfección.*

Richard P. Feynman (EEUU, 1918-1988)

4.1 Simetrías y leyes de conservación

Desde los inicios del estudio de la naturaleza se ha observado que ésta presenta continuos cambios a diferentes ritmos, tanto a nivel micro (partículas) como macro (estructuras cósmicas). Al respecto *“Heráclito afirmó que en el mundo nada es eterno, que todo se encuentra en un “fluir” constante”* (Auerbach, 1965, pág. 9). Dichas palabras mantienen su esencia en el conocimiento del mundo contemporáneo, en el sentido de que lo que hoy existe, cambia al instante bajo una serie de *procesos de transformación*. Son estos procesos los que se convierten en objetos de estudio de la Física, particularmente las leyes que rigen dichas transformaciones, pero para un conocimiento más serio de la naturaleza, también se hace necesario detenerse en aquellas cantidades que ante lo cambiante permanecen constantes, es decir, en los *principios de conservación*.

Los cambios en la naturaleza hacen referencia a los objetos que la constituyen y a los tiempos largos o cortos que duran dichas transformaciones. Las cantidades invariantes se remiten más a las propiedades de los objetos que a estos en sí, por ejemplo; el principio que hace referencia al estado de dichos objetos y de sus interacciones es el *principio de conservación de la energía*.

En cuanto a los objetos, existen leyes de conservación que hacen una descripción más estable ante los cambios, por ejemplo: en las reacciones entre partículas, propiamente en los leptones (electrón) se conserva su número. Pero esta circunstancia puede cambiar con

el tiempo, si en el caso de un electrón cuya probabilidad de transformación en otra partícula no es nula, sucede que cuando interactúa con un positrón (electrón positivo o antileptón) se obtiene radiación de rayos gamma, dejando de ser leptones. Luego la *ley de conservación del número leptónico*, realiza una descripción de las características de los objetos, así como también lo hace la *ley de conservación de la carga eléctrica* y la *ley de conservación del número bariónico*. “En forma, elemental, los principios o leyes de conservación pueden ser definidos como la exigencia de la constancia de algo que forma parte del sistema de la teoría (...) queda claro que un principio o ley de conservación establece que algo permanece invariante, mientras que sus elementos constituyentes pueden cambiar: es en general, por lo tanto, un principio de conservación y transformación.” (Auerbach, 1965, pág. 10).

Las leyes de conservación en un sentido más amplio, hablan sobre objetos (leptones y bariones), propiedades (masa y carga) y relaciones. Respecto a esta última el resultado más importante hace referencia al principio de invariancia relativista, en donde la forma de las ecuaciones que describen los fenómenos físicos es independiente del sistema inercial y conserva la misma estructura. En la física clásica, las leyes de conservación del momento lineal, angular, la masa y la carga, se consideraban exactas y absolutas, pero con el advenimiento del conocimiento contemporáneo de los fenómenos, estas leyes se ven sometidas a revisiones teóricas y experimentales, cuyo resultado es la unificación de algunas de ellas tales como la conservación de masa- energía, consecuencia de la Relatividad Especial de Einstein. Una síntesis de dos leyes que se consideraban independientes y que surge acorde con el descubrimiento de la convertibilidad de la masa en energía y viceversa. Con la conservación de la energía se unifican todas las formas de conversión que ésta presenta; al sumar las diferentes manifestaciones de la energía se obtiene una constante, que da cuenta de su invariancia.

Al marco conceptual anterior se le suma el concepto de *simetría* que se liga perfectamente con las leyes de conservación. La simetría es un concepto aplicable a numerosos campos de las ciencias y extiende sus influencias en otras ramas del conocimiento como en las artes y la ingeniería. Lo que resulta de interés aquí, es la noción de simetría como constatación de la permanencia de las estructuras regulares en la naturaleza, porque induce a pensar en la presencia de repeticiones en el tiempo y el espacio de ciertos

fenómenos, revelando ante lo cambiante un equilibrio o balance en medio del aparente caos (Sepúlveda A. , Estéticas y Simetrías, 2003).

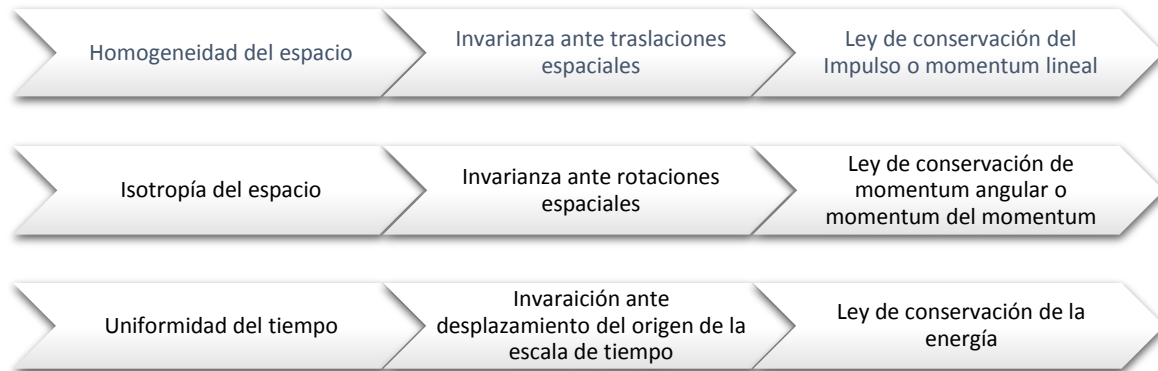
En física: *“un cosa es simétrica si hay algo que podamos hacer con ella de modo tal que después de lo que hemos hecho parece la misma cosa que antes”* (Feynman, 1987, págs. 52-5). Lo que equivale a decir que una cosa es simétrica si al someterla a cierta operación, permanece invariante; con la palabra “cosa” se hace referencia a un objeto, a un sistema de partículas o a una ley física, punto donde se centra el resto del análisis. De esta manera el concepto de simetría establece una asociación del cambio a la invariancia, así una simetría es revelada si al darse una serie de transformaciones existe una característica del sistema en consideración que permanece constante. Como plantea Sepúlveda en *Estética y Simetrías* (2003, pág. 34): los invariantes del mundo se revelan mediante la conservación de una cantidad estructural, *“...toda simetría está ligada a alguna clase de preservación”*.

Desde la época de Lagrange se comprendió que la base de las simetrías se halla en las leyes de conservación (Sepúlveda A. , 2012, pág. 424). Dentro de estas leyes existen tres tipos de simetrías, las que se refieren a los objetos, a las propiedades y a las relaciones. Para estas tres clases de simetrías se pueden aplicar dos tipos de transformación, una *activa* y otra *pasiva*: la primera hace referencia a los cambios en el sistema y la segunda a la observación del sistema desde diversos marcos de referencia sin alterarlo.

La conexión entre simetría e invariancia hace factible la existencia de vínculos estrechos entre las propiedades de simetría de una teoría física y sus leyes de conservación, pues a cada simetría de una teoría física corresponde un determinado invariante. Lo que de manera más general formuló Emmy Amalie Nöther (Alemania, 1882-1935) con un teorema que lleva su nombre, en el que a cada simetría de una teoría física corresponde una cierta ley de conservación y que cada ley de conservación refleja la existencia de una simetría (Auerbach, 1965, pág. 11).

Como ejemplo de ello en la teoría electromagnética de Maxwell existe una simetría interna denominada invariancia de calibración o de norma; aplicando el teorema de Noether se demuestra que la existencia de esta simetría implica la conservación de la carga eléctrica. Un segundo ejemplo se encuentra en la mecánica clásica de Newton, donde la segunda ley de movimiento tiene varias simetrías de relaciones, pues la forma de la ley permanece

invariante ante el desplazamiento lineal o angular del sistema de referencia; también para el caso en que el origen del tiempo se desplaza arbitrariamente. Este tipo de simetrías aparece bajo operaciones de traslación en el espacio y el tiempo, los cuales se caracterizan principalmente por la homogeneidad del espacio, implicando que todos sus puntos pertenecen a la misma categoría. Isotropía de espacio: todas las direcciones del espacio están también en la misma categoría, como última característica está la uniformidad del tiempo. Lo anterior se resume en el siguiente esquema propuesto por Auerbach (1965).



Con lo anterior se puede establecer conjuntamente una validez de las relaciones de simetría y las leyes de conservación, pues todo cambio existente en la naturaleza lo hace respecto a aquello que se conserva, y análogamente lo que es conservado en la naturaleza se debe a todos los cambios que ésta presenta.

Es así como los fenómenos físicos bajos las operaciones de simetría deben dejar las situaciones físicas y las leyes que los rigen de manera inalterada. Esto se resume a continuación tomando como base el texto de Sepúlveda (2012, pág. 424).

- a) *Simetría de posición*: bajo esta operación, las leyes de la física son independientes del origen del sistema de referencia escogido, es decir; las leyes físicas son invariantes ante traslación de coordenadas, debido a que el espacio es homogéneo, de esto resulta que el momento se conserva.
- b) *Simetría de dirección u orientación*: las leyes físicas son independientes de las direcciones tomadas por los ejes coordenados, debido a que el espacio es isotrópico; como consecuencia de ello la cantidad de movimiento angular se conserva.

- c) *Simetrías de traslación temporal*: la escogencia del origen del tiempo es arbitrario y no altera las leyes físicas, lo cual es debido a la homogeneidad del tiempo, e implica la conservación de la energía.

Existen otros tipos de simetrías, que se proponen como ampliación de este trabajo, como las Simetrías de inversión temporal, de reflexión especular, de movimiento uniforme, de intercambio de partículas idénticas, de isospín, de materia-antimateria entre otras. Las tres primeras clases de simetrías son las que interesa analizar con algo de detalle, pues son las que establecen conexión directa con las leyes de conservación, este punto se revisará paralelo al teorema de Noether aplicado sólo al campo de la mecánica clásica, donde, por cada simetría continua de un sistema lagrangiano, se conserva una cantidad.

Analizar las implicaciones de este teorema en la relatividad y la mecánica cuántica requieren de mayor tiempo de estudio. Los avances de la física de vanguardia radican en una *metateoría* que contempla la existencia de una *supersimetría*, como forma de pensar el universo en términos de invariancias en espacios multidireccionales abstractos.

4.2 Teorema de Noether

Los principios de conservación de la energía, el momento lineal y angular, constituyen una base sólida del campo conceptual de la física. Estos principios se vinculan estrechamente con las principales propiedades del espacio-tiempo enunciados en los teoremas de Noether.

Emmy Noether (Figura 4-1) fue una mujer alemana que realizó una importante construcción en la física matemática. Junto con Felix Klein publicó el 26 de julio de 1918 en la actual Academia de Ciencias de Gotinga un trabajo titulado “*Problemas de Variaciones Invariantes*”, el cual sirvió de base para Einstein, Hilbert y Hermann Weyl en la construcción de sus teorías físicas (Tobies, 2004). Lo que constituye un ejemplo de cómo la historia y la epistemología, permiten establecer el desarrollo, elaboración, y reelaboración del conocimiento científico, es su propio trabajo visto como un todo en relación con la conservación de la energía y evolución de los conceptos de calor, energía y trabajo.



Figura 4-1: Emmy Noether (1882-1935)

Un ejemplo notable radica en los invariantes algebraicos, por ejemplo la expresión polinómica: $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4$ es un polinomio invariante ante cualquier intercambio de variables x_1, x_2, x_3 y x_4 . Así, un invariante algebraico es un polinomio que tiene la forma de suma de expresiones que permanecen constantes bajo ciertas transformaciones de las variables. Si un fenómeno se puede modelar mediante una expresión polinómica, entonces es posible expresar ciertas propiedades de simetría con ayuda de los invariantes algebraicos (Tobies, 2004, pág. 77).

Los teoremas de Noether inciden en la física debido a que conectan tres principios fundamentales: las *simetrías*, los *teoremas de conservación* y los *principios variacionales*. Respecto al *primero*, las leyes de la física son invariantes bajo ciertas transformaciones; por ejemplo: un sistema físico cerrado se comporta de la misma forma independientemente si se le transporta de un lugar a otro en el espacio, o si se le orienta en distintas direcciones.

Lo mismo sucede con las transformaciones temporales: un experimento ocurre del mismo modo si se repite bajo las mismas condiciones en tiempos diferentes. Ayer, hoy y mañana se tiene la misma certeza de que las leyes son intemporales (Sepúlveda A. , Estéticas y Simetrías, 2003).

Sobre el *segundo* principio, ciertas magnitudes físicas como la masa, el momento, la energía o la carga eléctrica no desaparecen sin dejar rastro alguno, sino que cambian de forma conservando su cantidad y por consiguiente constituyendo una estructura que permite analizar los diferentes fenómenos bajo el mismo lente, como lo es la conservación de la energía.

En cuanto al *tercer* aspecto fundamental, es posible construir cierta cantidad máxima o mínima para el camino físico recorrido. En este caso por ejemplo, la luz que va de A a B, de todos los caminos posibles se orienta por aquel que tarda menos (Tobies, 2004, pág. 78).

El teorema de Noether se puede enunciar como sigue: *toda simetría conduce, con la mediación de un principio variacional, a un teorema de conservación y viceversa*. De donde se pueden deducir que de la invariancia de la integral de acción bajo desplazamientos temporales trae como consecuencia la conservación de la energía, y la invariancia de la integral de acción bajo desplazamientos espaciales conlleva a la conservación del momento.

La idea fundamental de la demostración de los teoremas de Noether se basa en el siguiente ejemplo, referido a la simetría de una esfera. Una esfera es simétrica respecto a cualquier rotación en torno a su centro, es decir, permanece invariante. Dichas rotaciones se conocen como *transformaciones* de simetría de la esfera; cada una de las infinitas transformaciones se describe por tres números reales llamados *parámetros*: uno para dar el ángulo de giro y dos para determinar el eje de giro. Las diferentes rotaciones sobre la esfera constituyen un *grupo*, pues cada rotación es invertible (ver Figura 4-2).

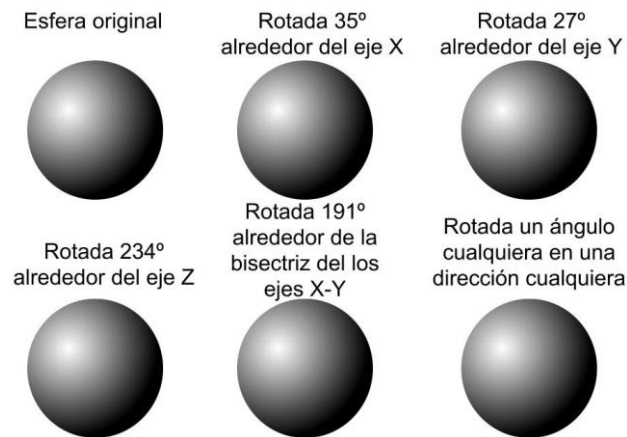


Figura 4-2: Simetría de una esfera

El grupo es *continuo* debido a que los cambios en los parámetros pueden ser tan pequeños como se desee, de manera que se obtenga una rotación semejante a la anterior. Lo mismo

le ocurre al grupo de desplazamientos espacio-temporales, en cuyo caso los parámetros son las componentes del vector de traslación.

Con la asociación de simetría y leyes de conservación se logra mostrar a dichas leyes como un principio que integra el estudio, análisis y comprensión de los fenómenos físicos y químicos. Se deja la idea de contemplar el universo como un posible sistema que corresponde a una simetría única cuya estructura supera a todas las demás, solo la naturaleza del tiempo dará cuenta de este hecho.

5. Conclusiones

Sin el ánimo de establecer una serie de conclusiones definitivas respecto a las leyes de conservación en las ciencias, el diseño de esta recontextualización sobre los orígenes de los principios conservativos mediante la implementación de la historia y epistemología, permite deducir algunas conclusiones parciales frente a las leyes invariantes de las ciencias naturales.

El estudio riguroso de las máquinas de movimiento perpetuo dio lugar a la investigación y revisión detallada de las diferentes leyes naturales que argumentaban la imposibilidad de crear estos utópicos artefactos, posibilitando el surgimiento sólido de la idea de energía y su conservación mediante los fenómenos de convertibilidad, transferencia y disipación de la misma. En este camino lleno de dificultades técnicas y conceptuales se instauran las tres leyes de la termodinámica como resultado del esfuerzo por obtener ilimitadamente energía en forma gratuita. La energía es un factor movilizador del universo y su uso acompaña la historia de la humanidad desde sus primeras nociones hasta las formulaciones actuales, dejando en el camino diferentes acepciones y formas útiles de implementarla, todo, gracias a que su cantidad es un invariante en el tiempo cósmico y que adopta diferentes formas transfiriéndose de un sistema a otro. La idea de conservación se completa más si se considera la suma de aquellas formas residuales de la energía debido a la presencia de fuerzas disipativas.

En este punto y en forma general es claro que ni la masa ni la energía pueden ser creadas ni destruidas, el desorden (entropía) de los sistemas siempre aumenta, lo que equivale a decir que el calor se transfiere espontáneamente de las zonas más calientes a las más frías y como tercer factor, el alcance del cero absoluto es un imposible. El calor como una forma de energía, está presente en cuerpos macroscópicos y microscópicos que resulta como consecuencia del movimiento, lográndose establecer de manera unívoca la relación entre trabajo mecánico y energía. En este punto la determinación del equivalente mecánico permitió unificar elementos cinemáticos y energéticos del movimiento, en donde las formulaciones de Mayer, la experimentación de Joule y el formalismo de Helmholtz fueron

decisivos en la consolidación de una de las ideas más contundentes y brillantes de las ciencias.

Con la conservación de la energía se recogen una serie de ideas que evolucionaron de manera paulatina, enmarcadas por un proceso de refinamiento conceptual bajo la noción de espacio, tiempo y materia. Un ejemplo de este hecho es la consolidación de la conservación de la cantidad de movimiento, cuya idea original tiene sus raíces en la cosmovisión metafísica de Descartes, reevaluada experimentalmente por Huygens y redefinida por Leibniz. La fijación evolutiva del conocimiento científico sobre la génesis de las leyes de conservación, se posibilita mediante la recontextualización realizada a través del uso analítico de la historia y la epistemología de las ciencias, estudio que es complementario con la implementación de la filosofía de las ciencias.

En general *las leyes de conservación, como principios unificadores de las ciencias naturales* afirman que durante un proceso o evento natural, existen ciertas cantidades que permanecen constantes en el transcurso transformacional del fenómeno en cuestión, esto es; que permanecen fijas antes y después de ejecutarse dicho proceso, o lo que equivale a decir que la cantidad conservada es simétrica bajo una transformación. En este marco es fundamental la formulación lagrangiana de la conservación de la energía y su incidencia en el teorema de Noether.

El papel de las simetrías en la física contemporánea constituye el trabajo teórico de mayor exigencia en la construcción de toda teoría científica. De modo tal que la búsqueda teórica actual se orienta en unificar teorías que den cuenta de la variedad del mundo físico como la manifestación de una simetría única en el campo de las interacciones de las partículas elementales. Ya en este punto se habla de *supersimetrías*, un modelo de Julius Wess y Bruno Zumino, propuesto en 1982, y bajo esta superestructura se debe encaminar el análisis de los fenómenos, en buscar nuevas cantidades invariantes.

Las simetrías como elementos unificadores han permitido de manera implícita o explícita agrupar diferentes teorías físicas del universo. Con Galileo y la teoría de gravitación de Newton se unificó la física terrestre con la física celeste, la teoría electromagnética de Maxwell agrupó la electricidad y el magnetismo y en ese mismo orden se estableció la dualidad onda-partícula de la luz. Einstein establece la equivalencia entre masa y energía y unifica el espacio y el tiempo. Con la teoría de gran unificación se aglomeran las fuerzas fundamentales de la naturaleza en tres: electrodébil, fuerte y gravitacional. Los estudios

actuales intentan reducirlas a una sola con la teoría del *Campo Unificado*. Resultados que son consecuencia de las simetrías físicas de las leyes del universo.

A. Anexo: Formulación lagrangiana de la conservación de la energía

Según Whittaker (1989) (como cita Solbes y Tarín (2008)) en 1777 apareció la función potencial V cuando Lagrange (Figura A-1) “resolvió un problema relacionado con un sistema de partículas que se atraen mutuamente por la acción de la gravedad. Si se coloca una pequeña partícula, no perteneciente al sistema, en un punto P , Lagrange demostró que las componentes de la fuerza gravitatoria que actúa sobre dicha partícula, se pueden calcular como las derivadas de una función V . Dicha función se obtiene como la suma de la masa de cada partícula del sistema dividida por la distancia desde el punto P al punto en que se encuentra cada masa. La utilización de la función potencial simplifica el problema, al no tener que considerar la dirección de las fuerzas gravitatorias. Aunque la función potencial supuso una simplificación en los cálculos matemáticos de las fuerzas, no se relacionó con ningún tipo de principio de conservación”.

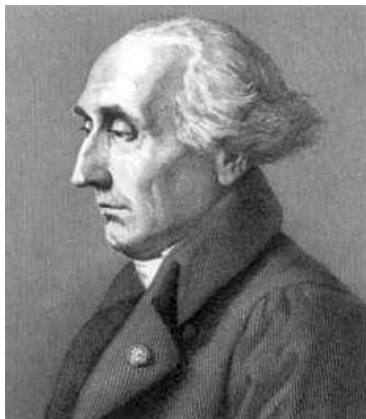


Figura A-1: Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

Antes de que se iniciara la revolución francesa el matemático y físico italiano Joseph Louis Lagrange, publicó un libro titulado *Mecánica Analítica* donde presentó una ecuación a la que nombró *principio de conservación de las fuerzas vivas*. En ella describe que los cambios presentados en la “vis viva” se deben a la acción de alguna clase de fuerza conservativa;

si ésta depende solo de la posición que tiene un cuerpo en relación a otros cuerpos con los que interactúa es posible determinar una función escalar V , que se relaciona directamente con la fuerza y el desplazamiento que ésta produce en el cuerpo, donde se cumple que:

$$\frac{1}{2}mv^2 + V = \text{constante}$$

Según Thomas Young la cantidad de la derecha, es decir; la mitad de la “*vis viva*”, depende solo de las características del cuerpo que se mueve. Dicha expresión representa la energía cinética y la función V la energía potencial que es una cantidad dinámica; la suma de las dos es la energía mecánica del cuerpo (Lozano, 2000).

▪ Introducción a la Formulación Lagrangiana

Se pretende a continuación presentar una versión planteada por Joseph Louis Lagrange sobre la conservación de la energía. Interpretación que tiene como bases las leyes del movimiento de Newton y posibilita ampliar de un modo más general y desde el cálculo de variaciones, la conservación del momento lineal, angular y la energía. Se introduce a continuación la necesidad de ampliar el análisis a sistemas coordinados más apropiados, conocidos como *Coordenadas Generalizadas* y los espacios donde estas se emplean llamados *Espacios de Configuración*.

▪ Coordenadas Generalizadas

Los sistemas coordinados empleados en la mecánica clásica resultan ser prácticos y de fácil manejo operacional a la hora de modelar y resolver problemas sobre el movimiento; particularmente el sistema cartesiano es el más usual. Pero en ocasiones es pertinente emplear otros sistemas que brinden una descripción más clara de la situación, como lo es el caso del sistema de coordenadas polares.

Por tal razón se opta por sistemas generales alternativos al cartesiano, de modo que partiendo de lo general se llegue a situaciones particulares según las necesidades de este trabajo. Las variables a las que se hará referencia son básicamente distancias y ángulos, que permitirán expresar las ecuaciones del movimiento en términos de *Coordenadas Generalizadas* sin que las ecuaciones pierdan su sentido general. En este punto se definen las coordenadas generalizadas como el conjunto de cantidades que permite especificar totalmente la configuración del sistema (Sepúlveda A. , 2012).

Las coordenadas se denotan $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_i$ donde i es el número de coordenadas generalizadas del sistema. Las particularidades a las que se pretende llegar, es que mediante una serie de procesos matemáticos y sistemáticos se evidencie la conservación del momento lineal, angular y de la energía. Se define a continuación el espacio donde las coordenadas generalizadas operan para este fin.

▪ Espacio de Configuración

En la mecánica newtoniana la posición de una partícula material se define mediante la asociación de un punto en el espacio cartesiano tridimensional tal que corresponda con un punto del sistema coordinado (x, y, z) . La trayectoria tomada por la partícula se describe mediante una curva en dicho espacio. En general, si el sistema se compone de N partículas, describir las diferentes posiciones de cada partícula requiere asignar un conjunto de $3N$ coordenadas o números, de tal modo que el movimiento del sistema quede descrito por las N curvas que toma cada una de las partículas constituyentes, independiente.

En caso de existir restricciones respecto a la localización relativa de las partículas del sistema, no todas las $3N$ cantidades son independientes, en esta situación puede ser necesario poner las coordenadas en función de i cantidades independientes mediante condiciones de ligadura, un ejemplo de esta situación se da en la descripción del movimiento de una partícula en una superficie, allí, se requiere esclarecer las coordenadas cartesianas (x, y) o polares (r, θ) en las que se realiza tal análisis.

En la formulación mecánica de Lagrange se emplean restricciones con el fin de disminuir el número de cantidades necesarias para determinar la descripción de las partículas, a pesar de ello existen un número mínimo de cantidades por conocer, las cuales tienen la propiedad de ser independientes para que la configuración tomada sea conocida. La *configuración* del sistema es el agregado de las posiciones de los puntos, y al conjunto mínimo independiente se le conoce como *coordenadas de configuración* (Sepúlveda A. , 2012).

Se entenderá por Espacio de Configuración, aquel espacio geométrico que comprende el movimiento de N partículas que son tratadas o asumidas como una sola, que tiene un movimiento a lo largo de una trayectoria en un espacio de $3N$ dimensiones⁴⁴. Es decir, es el

⁴⁴ N indica el grado de libertad del sistema mecánico o las dimensiones.

espacio de las posiciones posibles que puede tener un sistema mecánico en un instante dado.

Esto con el objetivo de simplificar los análisis y presentar, junto con las coordenadas generalizadas, las leyes de conservación ya mencionadas. Para ello se consideran tres fuerzas las cuales se pueden escribir en términos de alguna clase de variable de posición, estas son: La fuerza elástica en función del desplazamiento x , la fuerza de atracción gravitacional en función de la posición vertical z y la fuerza eléctrica en términos de una función de posición ϕ llamada el potencial eléctrico. Posteriormente se asocia a cada fuerza un escalar, que describa el potencial conservativo del sistema en función de dicha coordenada de posición y poder así demostrar matemáticamente las leyes de conservación bajo la variación de una de las coordenadas generalizadas.

▪ Potencial Conservativo V

La fuerza elástica se describe mediante la ley de Hooke y toma la siguiente forma:

$$F = -kx$$

Siendo x la elongación del cuerpo elástico respecto a su posición de equilibrio y k su constante de elasticidad. Como la fuerza elástica es conservativa, entonces se define una función escalar V , que represente en términos generales la *Energía Potencial* del sistema, resultado descrito en el planteamiento newtoniano. Por lo anterior, se escribe la ley de Hooke como sigue:

$$F = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -\frac{dV}{dx}$$

Siendo V la energía potencia elástica: $V = \frac{1}{2}kx^2$

Por otro lado la fuerza gravitacional es $F = -mg$ y bajo el mismo razonamiento, se deduce que:

$$F = -\frac{d}{dz}(mgz) = -\frac{dV}{dz}$$

En este caso V es la energía potencia gravitacional: $V = mgz$

Ahora, la fuerza eléctrica experimentada por una carga eléctrica q ubicada en el campo eléctrico ε_x se define como:

$$F = q\varepsilon_x = -q \frac{d\phi}{dx}$$

De modo que: $\varepsilon_x = -\frac{d\phi}{dx}$ o $F = -\frac{d}{dx}(q\phi)$.

Siendo V la energía potencial eléctrica $V = q\phi$ y ϕ es una función de la posición $\phi = \phi(x)$ que representa el potencial electrostático.

En general: $\vec{F} = q\vec{\varepsilon} = -q\nabla\phi = -\nabla V$.

Ahora bien si $F = -\frac{dV}{dx}$ será cierto que el trabajo realizado por la fuerza entre dos puntos a y b se escribe:

$$W = \int_a^b F dx = \int_a^b \left(-\frac{dV}{dx}\right) dx = -\int_a^b dV = -(V(b) - V(a)),$$

luego el trabajo depende de la *diferencia* de la energía potencial entre dichos puntos.

Como $F = \frac{d}{dt}(mv)$ tendremos, además:

$$\begin{aligned} \int_a^b F dx &= \int_a^b \frac{d}{dt}(mv) dx = \int_a^b m \frac{dv}{dt} dx = \int_a^b m dv \frac{dx}{dt} = \int_a^b m v dv \\ &= \frac{1}{2} m v^2 \Big|_a^b = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2 \end{aligned}$$

Donde la expresión $\frac{1}{2} m v^2$ es la energía cinética E_c . Al igualar los dos resultados anteriores:

$$\begin{aligned} -(V(b) - V(a)) &= \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2 \\ \frac{1}{2} m v_b^2 + V(b) &= \frac{1}{2} m v_a^2 + V(a) \end{aligned}$$

Implicando de esta manera la conservación de la energía mecánica E .

Por esta razón, las fuerzas de la forma $F = -\frac{dV}{dx}$ con V = Energía potencial (o en general $\vec{F} = -\nabla V$) se llaman *conservativas*.

En términos del operador diferencial gradiente ∇ la fuerza se escribe como:

$$\vec{F} = -\nabla V$$

$$\vec{F} = -\left(\hat{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

Con este resultado se logra construir una ecuación de movimiento expresada en función del escalar V . En el desarrollo siguiente se parte de tal deducción y se reemplaza el sistema cartesiano por uno de coordenadas generalizadas.

▪ Forma elemental de la ecuación de Euler - Lagrange

Sea: $F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$, la componente x de una fuerza conservativa expresada como la componente x del gradiente de la energía potencial V . O también, se puede escribir acudiendo la segunda ley de Newton:

$$m \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$m \frac{d}{dt}(v_x) + \frac{\partial}{\partial x}(V) = 0$$

Como:

$$v_x = \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{v_x^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{E_c}{m} \right)$$

Se sigue que:

$$m \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial v_x} \left(\frac{E_c}{m} \right) \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial v_x} \right) + \frac{\partial}{\partial x}(V) = 0$$

Es cierto que $\frac{\partial V}{\partial v_x} = 0$ porque V no depende de v_x , sino de las coordenadas. También $\frac{\partial E_c}{\partial x} = 0$ por que E_c depende solo de v_x , v_y , v_z y no de las coordenadas. Se puede escribir entonces:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial v_x} (E_c - V) \right) - \frac{\partial}{\partial x} (E_c - V) = 0$$

Definiendo el lagrangiano $L = (E_c - V)$, es decir la diferencia entre la energía cinética y potencial, tendremos:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

Vale también para (v_y, y) y (v_z, z) por lo cual:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$$

Con $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, v_x = \dot{x}, v_y = \dot{y}, v_z = \dot{z}$ y $V = V(x, y, z)$ y:

$$E_c = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} m (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{x}_3^2)$$

Para el caso en que V no contiene una coordenada (por decir x), entonces el momento lineal en dirección x se conserva:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} (E_c - V) \right) - \frac{\partial}{\partial x} (E_c - V) = 0$$

Y como:

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}, \frac{\partial V}{\partial \dot{x}} = 0, \frac{\partial E_c}{\partial x} = 0, \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Dado $V = V(y, z)$ independiente de x , entonces: $\frac{d}{dt}(mv_x) = 0$. Es decir:

$$\frac{dP_x}{dt} = 0$$

De donde $P_x = \text{constante}$, siendo P la cantidad de movimiento lineal en esa dirección.

En el caso anterior la coordenada ausente (x) es lineal (es decir, tiene unidades de distancia). De acuerdo con la teoría general de espacios de configuración las coordenadas pueden ser lineales o angulares, de modo que la ecuación de Lagrange se escribe en general, para coordenadas μ_i del espacio de configuración, que pueden ser lineales o angulares, en la forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \mu_i} = 0$$

Considérese el caso de una partícula de masa m en movimiento circular con radio r en el campo de gravitación de una masa M . La energía potencial en este caso es:

$$V = -G \frac{Mm}{r}$$

Además $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2$. En consecuencia:

$$L = E_c - V = \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 + G \frac{Mm}{r}$$

Y por lo tanto para la coordenada angular θ la ecuación de Lagrange se escribe:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}}\left(\frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 + G \frac{Mm}{r}\right)\right) - \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 + G \frac{Mm}{r}\right) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}}\left(\frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2\right)\right) = 0$$

Los demás términos dan derivada nulas, pues V no depende de $\dot{\theta}$, ni de θ , y E_c no depende θ . Por tanto:

$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\theta}) = 0$$

De donde $mr^2\dot{\theta} = cte$. Independiente del tiempo.

Esta cantidad se conoce como el *momento angular* M , que en este caso particular se define como:

$$M = rp_{\theta} = r(mv_{\theta}) = r(mr\dot{\theta}) = mr^2\dot{\theta}$$

El cálculo anterior dice: Si el lagrangiano no depende de la coordenada angular θ (lo que se observa en la ecuación) entonces el momento angular asociado a esa coordenada es constante del movimiento.

Ahora bien veamos la conservación de la energía (que ya fue estudiada en la forma newtoniana) en forma lagrangiana: Se sabe que el lagrangiano es una función de la forma $L = (\mu_i, \dot{\mu}_i, t)$, es decir, depende de las coordenadas generalizadas μ_i , de las velocidades generalizadas $\dot{\mu}_i$ y puede depender explícitamente del tiempo. Es cierto que depende explícitamente del tiempo pues $\mu_i = \mu_i(t)$ y $\dot{\mu}_i = \dot{\mu}_i(t)$. Así pues:

$$L = L(\mu_i(t), \dot{\mu}_i(t), t)$$

De modo que, de acuerdo con la regla de la cadena de derivadas parciales, es cierto que:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \frac{d\dot{\mu}_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mu_i} \frac{d\mu_i}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t} \left(\frac{dt}{dt} \right)$$

Y como según la ecuación de Lagrange:

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \right)$$

Se sigue que:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \frac{d\dot{\mu}_i}{dt} + \sum_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \right) \frac{d\dot{\mu}_i}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t}$$

$$= \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \frac{d\dot{\mu}_i}{dt} + \sum_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \right) \dot{\mu}_i + \frac{\partial L}{\partial t}$$

Esto es:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \dot{\mu}_i \right] + \frac{\partial L}{\partial t}$$

Que también puede escribirse:

$$\frac{d}{dt} \left[\sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \dot{\mu}_i - L \right] = - \frac{\partial L}{\partial t}$$

Si el lagrangiano no contiene explícitamente el tiempo, entonces $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$, de donde se sigue que $\left[\sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \dot{\mu}_i - L \right]$ es una constante:

$$\sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} \dot{\mu}_i - L = \text{constante}$$

Y como $L = (E_c - V)$

$$= \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mu}_i} (E_c - V) \dot{\mu}_i - (E_c - V)$$

Con $E_c = \frac{1}{2} m \sum_i \dot{\mu}_i^2$ se tiene:

$$\begin{aligned} &= \sum_i [(m\dot{\mu}_i)\dot{\mu}_i] - (E_c - V) \\ &= m \sum_i \dot{\mu}_i^2 - E_c + V = 2E_c - E_c + V \\ &= E_c + V \end{aligned}$$

Que es la *energía mecánica*. Así, si L no depende explícitamente del tiempo se conserva la energía mecánica $E = E_c + V$. Con este resultado, se resumen las propiedades mecánicas de un sistema en términos de las funciones escalares E_c y V .

Bibliografía

- Aguilar M, Y. (2006). *Usos de la historia y la epistemología de la física en la educación en física*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Álvarez Cadavid, G. M. (Abril de 2005). Rconceptualizar y recontextualizar para un nuevo ambiente de aprendizaje. Obtenido de http://cmap.upb.edu.co/rid=1173880138921_156054515_6890/reconceptualizar%20y%20recontextualizar_glomac.pdf
- Arons, A. (1970). *Evolución de los conceptos de la Física*. México: Trillas.
- Asimov, I. (2003). *Breve historia de la química*. Madrid: Alianza.
- Asimov, I. (2004). *Grandes Ideas de las Ciencias*. Madrid: Alianza.
- Auerbach, L. d. (Octubre de 1965). Simetrías y leyes en la conservación de la física. *Universidad de México*(2), 9-11. Obtenido de http://www.revistadelauniversidad.unam.mx/ojs_rum/index.php/rum/article/view/8552/9790
- Ayala, M., Romero, A., Malagón, J., Rodríguez, O., Aguilar, Y., & Garzón, M. (2008). *Los procesos de formalización y el papel de la experiencia en la construcción del conocimiento sobre los fenómenos físicos*. Bogotá, Colombia: Kimpres.
- Baracca, A. (1998). *El renacimiento y desarrollo de los conceptos de trabajo y energía en el contexto de la mecánica práctica durante la primera revolución industrial*. Bogotá: Anthropos.
- Beiser, A. (1967). *Concepts of Modern Physics*. Tokyo: McGraw Hill.
- Brodianski, V. M. (1989). *Movimiento perpetuo: Antes y ahora*. Moscú: Mir.
- Campanario, J. M. (1998). *El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias: Estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno*. Madrid: Universidad de Alcalá.
- Capek, M. (1965). *El impacto filosófico de la física contemporánea*. Madrid: Tecnos.
- Carnot, S. (1878). *Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego y sobre las máquinas adecuadas para desarrollar esta potencia*. Madrid: Alianza.

- Davey M, M., Duarte, J., & Fonseca, M. (2006). Aportes significativos que construyeron el concepto de la cantidad de movimiento lineal desde los griegos hasta el siglo XVII. *Revista colombiana de Física*, 38(2), 722-725.
- Descartes, R. (1955). *Die Prinzipien der Philosophie*. Hamburg: Felix Mainer Verlag.
- Dugas, R. (1988). *A history of mechanics*. New York: Dover.
- Einstein, A. (1985). *Sobre la teoría especial y la teoría general de la relatividad*. (M. Paredes L, C. Prélat, & A. Arenas G, Trads.) Bogotá, Colombia: Planeta-De Agostini, S.A.
- Farré O, E. (2003). Relojes de "Movimiento Perpetuo". *Arte y Hora*(152 H 34), 12-19. Obtenido de http://www.eduardfarre.com/pdf/EFarre_RPerpetuos.pdf
- Feynman, R. (1987). *Física* (Vol. 1). Wilmington: Addison-Wesley Iberoamericana.
- French, A. P. (1998). *Relatividad Especial*. Barcelona: Reverté, S.A.
- García Tapia, N. (1994). *Inventores españoles del siglo de oro*. Barcelona: Prensa Científica.
- Goldstein, H. (1980). *Classical Mechanics*. Massachusetts: Addison-Wesley.
- Gutiérrez, L. (1986). La Génesis de la Termodinámica. *Facultad de Ingeniería*, 3(1-02), 41-75.
- Holton, G. (1976). *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*. Barcelona: Reverté, S.A.
- J. L.L. Doménech, D. G.-M.-T. (Diciembre de 2003). La Enseñanza de La Energía: Una Propuesta de Debate Para Un Replanteamiento Global. (U. F. Catarina, Ed.) *CiênciaMão*, 20(3), 285-311. Obtenido de <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6527/6024>
- Kaku, M. (2009). *La física de lo imposible. ¿Podremos ser invisibles, viajar en el tiempo y teletransportarnos?* Barcelona: Random House Mondadori, S.A.
- Kuhn, T. S. (1975). *La Estructura de las Revoluciones Científicas*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- Lacaille, C. (Abril- junio de 1994). El flogisto. Ascenso y caída de la primera gran teoría química. *Ciencias*(34), 4-10. Obtenido de <http://www.ejournal.unam.mx/cns/no34/CNS03401.pdf>
- Leech, J. (1968). *Mecánica clásica*. Mexico : Uteha.
- Lozano, J. (2000). *Cómo acercarse a la física*. Mexico: Limusa.

- Matthew, M. (1994). *Historia, filosofía y enseñanza de las ciencias: Historia y epistemología de las Ciencias: La aproximación actual*. New Zeland: Education Departament, Auckland University.
- Mendoza Rodríguez, J., & Abelenda Lameiro, N. (2010). Didáctica de la Energía en la Educación Secundaria. *Innovación Educativa*(20), 37-48.
- Papp, D. (1961). *Historia de la física* (Segunda ed.). Madrid: Espasa-Calpe.
- Perelman , Y. I. (1990). *Física recreativa*. Moscu: Mir.
- Pérez, J. (7 de Agosto de 2005). *Una aproximación a la vida y obra de James Prescott Joule. Del motor eléctrico a la conservación de la energía de la sabia mano de un cervecero de Manchester*. Obtenido de <http://juperez.webs.ull.es/Joule2005.pdf>
- Pozo M, J. I., & Gómez C, M. Á. (2000). *Aprender y Enseñar Ciencias del Conocimiento Cotidiano al Conocimiento Científico*. Madrid, España: Morata.
- Pozo, J., & Gómez, M. (1998). *Aprender y enseñar ciencias: Del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*. Madrid: Morata.
- Romero, A., Ayala, M., Malagón, F., García, E., & Gómez, M. (1999). La convertibilidad de los fenómenos y la conservación de la energía. *Tecne, Episteme y Didaxis*(6), 55-61.
- Sepúlveda, A. (2003). *Estéticas y Simetrías* (Primera ed.). Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Sepúlveda, A. (2012). *Los conceptos de la física. Evolución histórica* (Tercera ed.). Medellín: Universidad de Antioquia.
- Sepúlveda, A. (2013). *Bases de astrofísica*. Medellín: Universidad de Antioquia .
- Sepúlveda, A. (Enero-Marzo de 2013). Perpetuum mobile. *Universidad de Antioquia*(311), 61-68.
- Serres, M. (1991). *Historia de las ciencias*. París: Cátedra.
- Sierra C, C. M. (2012). *Orígenes, evolución y consolidación del principio de conservación de la energía*. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Silvestrini, V. (1998). *Qué es la entropía*. Bogotá: Norma.
- Solbes, J. (2007). Una propuesta para la enseñanza aprendizaje de la energía y su conservación basada en la investigación en didáctica de las ciencias. *Enseñanza de la física*(20), 65-91.
- Solbes, J., & Tarín, F. (1998). Algunas dificultades en torno a la conservación de la energía. *Enseñanza de las Ciencias*, 16 (3), 387-397.

- Solbes, J., & Tarín, F. (2008). Generalizando el concepto de energía y su conservación. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*(22), 155-180.
- Solbes, J., Furió G, C., & Furió M, C. (2007). La historia del primer principio de la termodinámica y sus implicaciones didácticas. *Eureka*, 461-475.
- Solbes, T., & Tarín, F. (2004). La Conservación de la energía: Un principio de toda la física. Una propuesta y unos resultados. *Investigación Didáctica*, 22(2), 185-194.
- Spiegel, M. (1976). *Mecánica teórica. Con una introducción a las Ecuaciones de Lagrange y la Teoría de Hamilton*. Mexico: McGraw Hill.
- Tobies, R. (Diciembre de 2004). Emmy Noether. *Investigación y Ciencia*(339), 74-81.
- Vélez U, F. (2002). *El principio de la conservación del impulso y las leyes de la comunicación del movimiento en el siglo XVII*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- White, L. (1990). *Tecnología medieval y cambio social*. Barcelona: Paidós.
- Whittaker, E. (1989). *A history of the theories of aether & electricity*. New York: Dover.

